Sample Question Paper (Solved)–2025

(Issued by Central Board of Secondary Education, New Delhi)

CLASS—10th

Mathematics (Basic)

Time : 3 Hours **Maximum Mark : 80**

सामान्य निर्देश—निम्नलिखित निर्देशों को ध्यानपूर्वक पढ़ें और उनका पालन करें—

1. इस प्रश्न पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. यह प्रश्न पत्र पाँच खंडों—A, B, C, D और E में विभाजित है।
3. खंड A में, प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं और प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन-कारण आधारित प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक 1 अंक का है।
4. खंड B में, प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक 2 अंक का है।
5. खंड C में, प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक 3 अंक का है।
6. खंड D में, प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक 5 अंक का है।
7. सेक्शन E में, प्रश्न संख्या 36 से 38 केस-स्टडी आधारित एकीकृत प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के 4 अंक हैं। प्रत्येक केस-स्टडी में 2 अंकों के प्रश्न में आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है।
8. कोई समग्र विकल्प नहीं है। हालाँकि, सेक्शन B में 2 प्रश्नों, सेक्शन C में 2 प्रश्नों, सेक्शन D में 2 प्रश्नों और सेक्शन E में 2 अंकों के सभी प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिया गया है।
9. जहाँ भी आवश्यक हो, स्वच्छ आरेख बनाएँ। जहाँ भी आवश्यक हो, यदि नहीं बताया गया हो, तो $\pi = \frac{22}{7}$ लें।
10. कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।

SECTION–A

सैक्शन-A में 20 प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

प्रश्न 1. $(3^3 \times 5^2 \times 2)$, $(3^2 \times 5^3 \times 2^2)$, $(3^4 \times 5 \times 2^5)$ का HCF है : **1**

(A) 450 (B) 90

(C) 180 (D) 630.

हल—हमें प्राप्त है :

सही विकल्प (C) है।

$(3^3 \times 5^2 \times 2)$, $(3^2 \times 5^3 \times 2^2)$, $(3^4 \times 5 \times 2^5)$

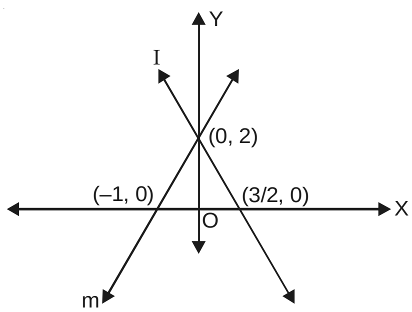
2, 5, 3^2, प्रत्येक अभाज्य गुणनखंड की सबसे छोटी घात है

HCF इन सबसे छोटी घातों को गुणा करके प्राप्त किया जाता है :

इसलिए, HCF = $2 \times 5 \times 3^2 = 180$

इस प्रकार, तीनों व्यंजकों का HCF 180 है।

प्रश्न 2. रेखाओं l और m द्वारा दर्शाई गई रैखिक समीकरण प्रणाली है : **1**



(A) अद्वितीय समाधान के साथ सुसंगत

(B) असंगत

(C) तीन समाधानों के साथ सुसंगत

(D) कई समाधानों के साथ सुसंगत।

हल—सही विकल्प (A) है। अद्वितीय समाधान के साथ सुसंगत

यदि दोनों रेखाएँ एक बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं, तो रैखिक समीकरणों की एक जोड़ी अद्वितीय समाधान के साथ सुसंगत है।

$$\frac{a_1}{a_1} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

रेखाओं *l* और *m* द्वारा निरूपित रैखिक समीकरणों की प्रणाली एक अद्वितीय समाधान के अनुरूप है।

प्रश्न 3. k का वह मान क्या होगा जिसके लिए द्विघात समीकरण $kx^2 - 5x + 1 = 0$ का कोई वास्तविक हल नहीं है : **1**

(A) 0 (B) $\frac{25}{4}$

(C) $\frac{4}{25}$ (D) 7.

हल—सही विकल्प (B) $\frac{25}{4}$ है।

दिया गया समीकरण है :

$kx^2 - 5x + 1 = 0$ $kx^2 - 5x + 1 = 0$

यहाँ, $a = k, b = -5, c = 1, a = k, b = -5, c = 1$

द्विघात समीकरण के वास्तविक हल न होने के लिए, विभेदक शून्यक शून्य से कम होना चाहिए।

$$D < 0$$
$$b^2 - 4ac < 0$$
$$(-5)^2 - 4 \times k \times 1 < 0$$
$$25 - 4k < 0$$
$$25 < 4k$$
$$4k > 25$$
$$k > \frac{25}{4}$$

प्रश्न 4. बिन्दुओं (a, b) और (– a, – b) के बीच की दूरी है :1

(A) $\sqrt{a^2+b^2}$ (B) $a^2 + b^2$

(C) $2\sqrt{a^2+b^2}$ (D) $4\sqrt{a^2+b^2}$.

हल—(C) हम जानते हैं कि, दो बिन्दुओं A (x_1, y_1) और B (x_2, y_2) के बीच की दूरी $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ द्वारा दी जाती है :

यहाँ, A (a, b), B $(-a, -b)$

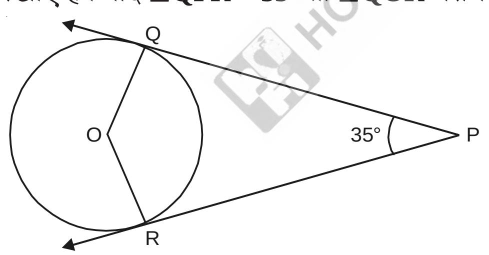
दूरी = $\sqrt{(a+a)^2+(b+b)^2}$

$\Rightarrow \sqrt{4a^2+4b^2}$

$\Rightarrow 2\sqrt{a^2+b^2}$

अत: बिन्दुओं (a, b) और $(-a, -b)$ के बीच की दूरी $2\sqrt{a^2+b^2}$ है।

प्रश्न 5. दी गई आकृति में PQ और PR, केन्द्र O वाले एक वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हैं। यदि ∠QPR = 35° तो ∠QOR बराबर है :1



(A) 70° (B) 90°

(C) 135° (D) 145°.

हल—(D) दिया गया है :

∠QPR = 35°

PQ और PR स्पर्श रेखाएँ हैं।

इसलिए, इन स्पर्श रेखाओं पर खींची गई त्रिज्या स्पर्श रेखाओं के लंबवत होगी।

इसलिए, OQ ⊥ PQ और OR ⊥ RP.

⇒ ∠OQP = ∠ORP = 90°

अत: चतुर्भुज PQOR में,

∠OQP + ∠QPR + ∠PRO + ∠ROQ = 360°

⇒ 90° + 35° + 90° + ∠ROQ = 360°

⇒ ∠ROQ = 360 – 215 = 145.

प्रश्न 6. यदि ΔABC ~ ΔPQR इस प्रकार है कि 3AB = 2PQ और BC = 10 cm, तो QR की लम्बाई है : 1

(A) 10 cm (B) 15 cm

(C) $\frac{20}{3}$ cm (D) 30 cm.

हल—दिया गया है : ΔABC ~ ΔPQR.

3AB = 2PQ जोकि बराबर है $\frac{AB}{PQ} = \frac{2}{3}$ [यह समान त्रिभुजों की संगत भुजाओं का अनुपात है]

BC = 10, हमें QR की लम्बाई ज्ञात करनी है। चूँकि त्रिभुज समरूप है, इसलिए संगत भुजाओं का अनुपात सभी भुजाओं के युग्मों के लिए समान हैं।

इसलिए, BC और QR के बीच का अनुपात भी $\frac{2}{3}$ है।

$\therefore \frac{BC}{QR} = \frac{2}{3}$, BC = 10 cm का मान भरने पर

$\frac{10}{QR} = \frac{2}{3}$, QR = $\frac{3}{2} \times 10$ = 15 cm.

इस प्रकार QR की लम्बाई 15 cm है।

अत: सही विकल्प (B) है।

प्रश्न 7. यदि 3 cot = 4, जहाँ 0° < A < 90°, तो sec A बराबर है। 1

(A) $\frac{5}{4}$ (B) $\frac{4}{3}$

(C) $\frac{5}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

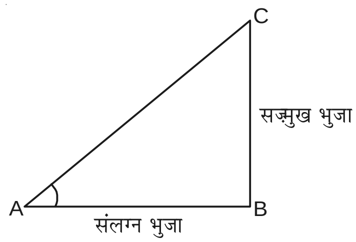
हल—दिया गया है : 3 cot A = 4

इस प्रकार cot A = $\frac{4}{3}$

हम जानते हैं कि cot A = $\frac{\text{कोण A की संलग्न भुजा}}{\text{कोण A की सम्मुख भुजा}}$

इस प्रकार cot A = $\frac{AB}{BC}$

अत: AB = 4, BC = 3



अब पाइथागोरस प्रमेय लागू करने पर

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

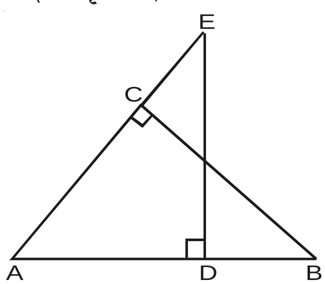
$AC^2 = (4)^2 + (3)^2 \Rightarrow AC^2 = 16 + 9$

$AC = \sqrt{25}, 5$

$$\therefore \sec A = \frac{\text{कर्ण}}{\text{सज्मुख भुजा}} = \frac{AC}{BC} = \frac{5}{3}$$

अत: सही विकल्प (C) है।

प्रश्न 8. दी गई आकृति में, ΔBAC समरूप है। 1



(A) ΔAED (B) ΔEAD

(C) ΔACB (D) ΔBCA.

हल—दी गई आकृति में, $\Delta BAC \sim \Delta EAB$

कारण : [AA समरूपता के आधार पर]

दोनों त्रिभुजों में $\angle A$ सांझा है।

दोनों त्रिभुजों ΔBAC में $\angle ACB = 90°$

ΔEAD में $\angle ADE = 90°$ है।

क्योंकि दोनों त्रिभुज संगत कोण सांझा करते हैं।

(एक समकोण तथा दूसरा $\angle A$)

इस प्रकार $\Delta BAC \sim \Delta EAD$.

सही विकल्प (B) है।

प्रश्न 9. यदि H.C.F. (420, 189) = 21 है तो L.C.M. (420, 189) है : 1

(A) 420 (B) 1890

(C) 3780 (D) 3680.

हल—हम जानते हैं $LCM(a, b) = \dfrac{a \times b}{HCF(a, b)}$ ....(1)

दिया है : HCF (420, 189) इस प्रकार $a = 420$, $b = 189$

a तथा b का मान सूत्र (1) में प्रतिस्थापित करने पर

$$LCM, (420, 189) = \frac{420 \times 189}{HCF(420, 189)}$$

$$LCM\ (420, 189) = \frac{79380}{21} = 3780$$

इस प्रकार सही विकल्प (C) है।

प्रश्न 10. A.P – 8, – 5, – 2, ... 49 का चौथा (4^{th}) पद है : 1

(A) 37 (B) 40

(C) 1 (D) 43.

हल—यहाँ $a = -8$, $d = 3$, $l = 49$

जहाँ $l = a + (n - 1)\,d$

अत: $\Rightarrow 49 = -8 + (4 - 1)\,3$

$\Rightarrow 49 = -8 + 3n + 3,\ 49 = 3n - 11$

$$3n = 49 + 11 \Rightarrow n = \frac{60}{3} \Rightarrow 20$$

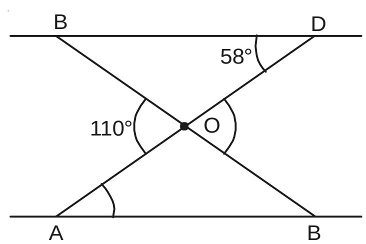
अंत से 4वाँ पद आरंभ से (20 – 4 + 1) वें पद के समान है जोकि 17वां पद है।

$\therefore T_{17} = a + (17 - 1)\,d$

$= -8 + (16)\,3 \Rightarrow -8 + 48 = 40$

अत: सही विकल्प (B) है।

प्रश्न 11. दी गई आकृति में, यदि $\Delta OCA \sim \Delta OBD$ हैं तो $\angle OAC$ बराबर है : 1



(A) 58° (B) 55°

(C) 128° (D) 52°.

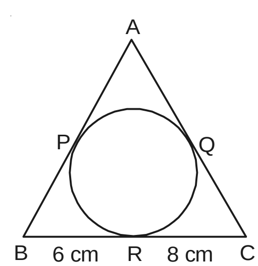
हल—दिया गया है $\Delta OCA \sim \Delta OBD$

$\angle OAC = \angle OBD$ [संगत कोण बराबर होते हैं]

इस प्रकार $\angle OAC = 58°$

अत: सही विकल्प (A) है।

प्रश्न 12. यदि किसी त्रिभुज का परिमाप 38 cm दिया है तो A.P. की लम्बाई है : 1



(A) 19 cm (B) 5 cm
(C) 10 cm (D) 8 cm.

हल— दिया गया है,

ΔABC का परिमाप = 38 cm

$BR = 6$ cm, $RC = 8$ cm

त्रिभुज का परिमाप = $AB + BC + AC = 38$ cm.

$\Rightarrow AB + BR + RC + AC = 38 \quad [\because BC = BR + RC]$

$\Rightarrow \quad AB + 6 + 8 + AC = 38$

$\Rightarrow \quad AB + AC = 38 - 14 = 24$ cm.

अब $AP = AQ$ [क्योंकि यह बिन्दु A से स्पर्श रेखाएं हैं]

$BP = BR = 6$ cm

$CQ = CR = 8$ cm

मान लो AP की लम्बाई x है, तो

$AB = AP + BP = x + 6$, $AC = AQ + QC = x + 8$

उपरोक्त में $AB + AC = 24$ प्रतिस्थापित करने पर

$(x + 6) + (x + 8) = 24$, $2x = 24 - 14$

$\therefore \quad x = 5$ cm

इस प्रकार AP की लम्बाई 5 cm है

अत: सही विकल्प (B) है।

प्रश्न 13. $\dfrac{\mathbf{1 - \tan^2 30°}}{\mathbf{1 + \tan^2 30°}}$ **बराबर है :** **1**

(A) $\cos 60°$ (B) $\sin 60°$
(C) 1 (D) $\tan^2 60°$.

हल— $\dfrac{1 - \tan^2 30°}{1 + \tan^2 30°}$ ....(1)

हम जानते हैं $\tan 30° = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

इस प्रकार $\tan^2 30° = \dfrac{1}{3}$

$\tan^2 30°$ का मान समीकरण (1) में भरने पर,

$$\Rightarrow \quad \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3-1}{3}}{\frac{3+1}{3}} = \frac{1}{2}$$

अत: $\cos 60° = \dfrac{1}{2}$

सही विकल्प (A) है।

प्रश्न 14. त्रिज्या r वाले ठोस अर्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल है : **1**

(A) πr^2 (B) $2\pi r^2$
(C) $3\pi r^2$ (D) $4\pi r^2$.

हल— त्रिज्या r वाले ठोस अर्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $3\pi r^2$ है।

अत: सही विकल्प (C) है।

प्रश्न 15. निम्न विकल्पों में से कौन सा विकल्प एक घटना की प्रायिकता नहीं हो सकता ? **1**

(A) 0.4 (B) 4%
(C) 0.04% (D) 4.

हल— हम जानते हैं कि घटना E की प्रायिकता 0 और 1 के बीच होती है।

अर्थात् $0 \le P(E) \le 1$

भाव प्रायिकता 0 से कम और 1 से अधिक नहीं हो सकती

अत: विकल्प (D) 4 घटना की प्रायिकता नहीं हो सकता।

प्रश्न 16. द्विघात समीकरण $\mathbf{3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0}$ **के मूल हैं।** **1**

(A) वास्तविक नहीं (B) वास्तविक और बराबर
(C) परिमेय और भिन्न (D) अपरिमेय और भिन्न।

हल— द्विघात समीकरण हैं $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

हम जानते हैं $D = b^2 - 4ac$

यहाँ $a = 3, b = -4\sqrt{3}, c = 4$

अत: $D = (-4\sqrt{30})^2 - 4 \times 3 \times 4$,

$D = 48 - 48 = 0, D = 0$

अत: सही उत्तर B है, मूल वास्तविक और बराबर हैं।

प्रश्न 17. निम्नलिखित वितरण 80 विद्यार्थियों के अंक वितरण को दर्शाता है।

अंक	**10 से कम**	**20 से कम**	**30 से कम**	**40 से कम**	**50 से कम**	**60 से कम**
विद्यार्थियों की संख्या	**2**	**12**	**28**	**56**	**76**	**80.**

माध्यक वर्ग है : **1**

(A) 20-30 (B) 40-50
(C) 30-40 (D) 10-20.

हल—

वर्ग अंतराल	बारंबारता
10 से कम	2
10 – 20	12
20 – 30	28
30 – 40	56
40 – 50	76
50 – 60	80

अब $n = 80$ है। अत: $\frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$ है।

यह प्रेक्षण अंतराल 30 – 40 में आता है।

अत: माध्यक वर्ग 30 – 40 है।

सही विकल्प (C) है।

प्रश्न 18. एक द्विघात बहुपद जिसके शून्यक $\frac{2}{5}$ तथा $\frac{-1}{5}$ हैं वो हैं : **1**

(A) $25x^2 + 5x - 2$ (B) $5x^2 - 2x + 1$
(C) $5x^2 + 2x - 1$ (D) $25x^2 - 5x - 2$.

हल—मान लो, $\alpha = \frac{2}{5}$ $\beta = -\frac{1}{5}$ बहुपद P (x) के शून्यक हैं।

द्विघात बहुपद $= x^2 - (\alpha + \beta)\, x + \alpha\beta = 0$

α तथा β का मान भरने पर

$$\Rightarrow \quad x^2 - \left[\frac{2}{5} + \left(-\frac{1}{5}\right)\right]x + \frac{2}{5} \times \left(-\frac{1}{5}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \quad x^2 - \left(\frac{2-1}{5}\right)x + \left(-\frac{2}{25}\right) = 0,\ x^2 - \frac{1}{5}x - \frac{2}{25} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{25x^2 - 5x - 2}{25} = 0,\ 25x^2 - 5x - 2 = 0$$

अत: विकल्प (D) सही है।

निर्देश : प्रश्न संख्या 19 और 20 में अभिकथन (A) के बाद कारण (R) का कथन दिया गया है। सही विकल्प चुनें।

(A) अभिकथन (A) और कारण (R) दोनों सत्य हैं और कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या है।

(B) अभिकथन (A) और कारण (R) दोनों सत्य हैं लेकिन कारण (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।

(C) अभिकथन (A) सत्य है लेकिन कारण (R) असत्य है।

(D) अभिकथन (A) असत्य है लेकिन कारण (R) सत्य है।

प्रश्न 19. अभिकथन (A) : अनुक्रम – 1, – 1, – 1, ... – 1, एक AP (Arithmetic Progression) है।

कारण (R) : एक AP में, $a_n - a_{n-1}$ स्थिर होता है, जहाँ $n \geq 2$ और $n \in$ N। **1**

हल—अभिकथन (A) : अनुक्रम – 1, – 1, – 1, ... , – 1, एक AP है।

यह सही है, क्योंकि सभी पद (terms) समान हैं और अंतर (d) शून्य है। एक समान पदों वाला अनुक्रम एक समानांतर श्रेणी (AP) होता है, जहाँ सामान्य अंतर $d = 0$ होता है।

कारण (R) : यह भी सही है, क्योंकि किसी भी AP में लगातार पदों के बीच का अंतर ($a_n - a_{n-1}$) एक स्थिर संख्या होती है। इस स्थिति में, अंतर $d = 0$ है, जो स्थिर है।

निष्कर्ष—अभिकथन (A) सही है और कारण (R) भी सही है। साथ ही, कारण (R) अभिकथन (A) का सही स्पष्टीकरण है।

अत: सही उत्तर A है।

प्रश्न 20. अभिकथन (A) : $(2 + \sqrt{3})\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

कारण (R) : दो अपरिमेय संख्याओं का गुणनफल सदैव अपरिमेय होता है। 1

हल—अभिकथन (A) : $(2 + \sqrt{3})\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

सबसे पहले $(2 + \sqrt{3})\sqrt{3}$ अभिव्यक्ति को सरल बनाने पर :

$$(2 + \sqrt{3})\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 = 2\sqrt{3} + 3$$

अब $2\sqrt{3} + 3$ को देखें तो, $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है, और इसे किसी संख्या से गुणा करने पर परिणाम भी अपरिमेय ही रहेगा। इसके साथ 3 जोड़ने पर भी यह अभिव्यक्ति अपरिमेय बनी रहती है।

इसलिए $(2\sqrt{3} + \sqrt{3})\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है। अत: अभिकथन (A) सही है।

कारण (R) : दो अपरिमेय संख्याओं का गुणनफल सदैव अपरिमेय होता है।

यह कथन **सही नहीं** है, क्योंकि कुछ मामलों में दो अपरिमेय संख्याओं का गुणनफल परिमेय हो सकता है। इसलिए **कारण** (R) ग़लत है।

निष्कर्ष—अभिकथन (A) सही है कारण (R) ग़लत है।

अत: सही उत्तर (C) है।

SECTION–B

सैक्शन–B में 5 प्रश्न हैं, प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

प्रश्न 21. (A) A (4, 3) और B (3, 4) बिंदुओं से समान दूरी पर एक बिंदु P (x, y) स्थित है। सिद्ध कीजिए कि x – y = 0 है। **2**

हल—बिंदु P (x, y) से A (4, 3) और B (3, 4) तक की दूरी समान है। इसका मतलब है कि P से A तक की दूरी और P से B तक की दूरी बराबर होगी।

दूरी सूत्र के अनुसार,

$$\text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)\,2 + (y_2 - y_1)\,2}$$

$$= \sqrt{(x-4)^2 + (y-3)^2}$$

$$= \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2}$$

$$= (x^2 - 8x + 16) + (y^2 - 6y + 9)$$

$$= (x^2 - 6x + 9) + (y^2 - 8y + 16)$$

$$-8x + 16 - 6y + 9 = -6x + 9 - 8y + 16$$

$$-8x + 25 - 6y = -6x + 25 - 8y$$

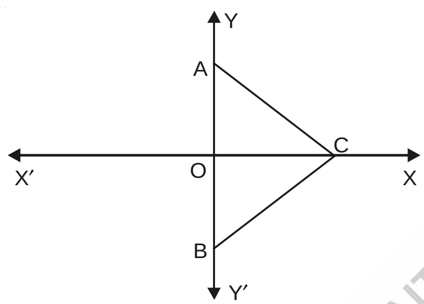
$$-8x + 6x = -8y + 6y \Rightarrow -2y,\ x = y$$

चूँकि $x = y$, इसलिए हम कह सकते हैं कि $x - y = 0$

इस प्रकार, सिद्ध हो गया कि $x - y = 0$ है।

अथवा

(B) दी गई आकृति में, ΔABC एक समबाहु त्रिभुज है। शीर्ष A और B के निर्देशांक क्रमशः (0, 3) और (0, – 3) हैं। बिन्दु C के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।



हल— समबाहु त्रिभुज में तीनों भुजाएँ बराबर होती हैं। इसका मतलब यह है कि AB = AC = BC

A (0, 3) और B (0, – 3) के बीच की दूरी :

$$AB = \sqrt{(0-0)^2 + (3-(-3))^2} = \sqrt{0 + (6)^2} = 6$$

$$\therefore \quad AB = 6$$

$$\therefore \quad AC = \sqrt{(x-0)^2 + (y-3)^2} = 6$$

$$x^2 + (y-3)^2 = 36 \quad \text{....(1)}$$

$$BC = \sqrt{(x-0)^2 + (y+3)^2} = 6$$

$$= \sqrt{x^2 + (y+3)^2} = 6$$

$$x^2 + (y+3)^2 = 36 \quad \text{....(2)}$$

दोनों समीकरणों (1) और (2) को हल करने पर

$x^2 + (y-3)^2 = 36$	$x^2 + (y+3)^2 = 36$
$x^2 + (y^2 - 6y + 9) = 36$	$x^2 + (y^2 + 6y + 9) = 36$
$x^2 + y^2 - 6y + 9 = 36$	$x^2 + y^2 + 6y + 9 = 36$
$x^2 + y^2 - 6y = 27$ ....(3)	$x^2 + y^2 + 6y = 27$ ....(4)

अब समीकरणों 3 और 4 को जोड़ने पर :

$$(x^2 + y^2 - 6y) + (x^2 + y^2 + 6y) = 27 + 27$$

$$2x^2 + 2y^2 = 54$$

$$x^2 + y^2 = 27 \quad \text{....(5)}$$

समीकरणों 3 और 4 को घटाने पर :

$$(x^2 + y^2 - 6y) - (x^2 - y^2 + 6y) = 27 - 27$$

$$12y = 0,\ y = 0$$

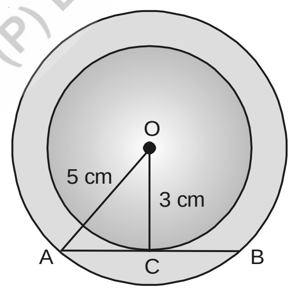
अब $y = 0$ को समीकरण 5 में डालने पर :

$$x^2 + (0)^2 = 27,\ x = \pm 3\sqrt{3}$$

इसलिए, बिंदु C के निर्देशांक $(3\sqrt{3}, 0)$.

प्रश्न 22. दो संकेन्द्रित वृत्तों में, बड़े वृत्त की 8 cm लम्बी एक जीवा छोटे वृत्त को स्पर्श करती है। यदि बड़े वृत्त की त्रिज्या 5 cm है, तो छोटे वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। 2

हल— दिए गए निर्देशों के आधार पर एक आकृति बनाएं :



जीवा AB को त्रिज्या OC द्वारा विभाजित किया गया है, जहाँ C, AB का मध्यबिंदु है।

इसलिए, $AC = CB = \dfrac{8}{2}\text{cm} = 4\text{ cm}$

OA बड़े वृत्त की त्रिज्या है।

इसलिए OA = 5 cm

OC छोटे वृत्त की त्रिज्या है जोकि AB पर लंबवत है।

चूँकि त्रिभुज OAC एक समकोण त्रिभुज है, इसलिए हम पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग करने पर हमें प्राप्त होता है :

$$OA^2 = OC^2 + AC^2$$

$$5^2 = OC^2 + 4^2 \Rightarrow 25 = OC^2 + 16$$

$$OC^2 = 25 - 16 = 9, \Rightarrow OC = 3\text{ cm}$$

इसलिए, छोटे वृत्त की त्रिज्या 3 cm है।

प्रश्न 23. (A) किसी A.P. के पहले 12 पदों का योग 900 है। यदि इसका पहला पद 20 है तो सार्व अंतर और 12वाँ पद ज्ञात कीजिए। 2

हल— A.P. के पहले n पदों का योग सूत्र $S_n = \dfrac{n}{2}[2a + (n-1)\,d]$

यहाँ $S_{12} = 900$, $a = 20$, और $n = 12$ है।

इन मानों को उपरोक्त सूत्र में रखते हैं :

$$900 = \frac{12}{2}[2 \times 20 + (12 - 1)\, d]$$

$900 = 6\,[40 + 11d] \Rightarrow 900 = 240 + 66d,$

$66d = 900 - 240 = 660$

$$d = \frac{660}{66} = 10$$

इसलिए, सार्व अंतर $d = 10$ है।

A.P. के nवाँ पद का सूत्र है :

$$a_n = a + (n - 1)\, d$$

12वाँ पद a_{12} के लिए :

$a_{12} = a\,(12 - 1)\, d$

$a_{12} = 20 + 11 \times 10 \Rightarrow a_{12} = 20 + 110,$

$\Rightarrow a_{12} = 130$

अत:, सार्व अंतर $d = 10$, 12वाँ पद $a_{12} = 130$

Or

प्रश्न 23. (B) किसी समांतर श्रेणी के प्रथम n पदों का योग $S_n = 6n - n^2$ द्वारा दर्शाया गया है। सार्व अंतर (d) ज्ञात कीजिए। 2

हल—यदि S_n पहले n पदों का योग है, तो n-वाँ पद a_n निम्नलिखित होता है :

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

दिया है : $S_n = 6n - n^2$

S_{n-1} निकालने के लिए n की जगह $n - 1$ रखेंगे :

$S_{n-1} = 6\,(n - 1) - (n - 1)^2$

$S_{n-1} = 6\,(n - 1) - (n - 1)\,(n - 1)$

$S_{n-1} = 6n - 6 - (n^2 - 2n + 1)$

$S_{n-1} = 6n - 6 - n^2 + 2n - 1$

$S_{n-1} = 6n + 2n - n^2 - 6 - 1$

$S_{n-1} = 8n - n^2 - 7$

अब $a_n = S_n - S_{n-1}$ में S_n, S_{n-1} का मान रखने पर :

$a_n = (6n - n^2) - (8n - n^2 - 7)$

$a_n = 6n - n^2 - 8n + n^2 + 7$

$a_n = -2n + 7$

इसलिए, n-वाँ पद $a_n = -2n + 7$ है।

हम जानते हैं $d = a_2 - a_1$

इसलिए $a_n = -2n + 7$ में n का मान 1 तथा 2 प्रतिस्थापित करने पर :

$a_1 = -2 \times 1 + 7 = 5$

$a_2 = -2 \times 2 + 7 = 3$

अब सार्व अंतर $d = a_2 - a_1 = 3 - 5 = -2$

प्रश्न 24. यदि $\sin (A - B) = \frac{1}{2}$ और $\cos (A + B) = \frac{1}{2}$, $0° < A + B < 90°$ और $A > B$, तो A और B के मान ज्ञात कीजिए। 2

हल—$\sin (A - B) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin (A - B) = \sin 30°$

[क्योंकि $\sin 30^2 = ½$]

इसलिए $A - B = 30°$ ....(*i*)

$$\cos (A + B) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos (A + B) = \cos 60°$$

[क्योंकि $\cos 60° = ½$]

इसलिए $A + B = 60°$ ....(*ii*)

(1) और (2) को जोड़ने पर

$A - B + A + B = 30° + 60°$

$2A = 90° \Rightarrow A = 45°$

समीकरण (*i*) में A का मान रखने पर

$45° - B = 30°, \Rightarrow B = 15°$

अत: $A = 45°, B = 15°.$

प्रश्न 25. निम्नलिखित बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए। 2

वर्ग अंतराल	5–10	10–15	15–20	20–25	25–30	30–35
बारंबारता	5	6	15	10	5	4

हल—यहां अधिकतम वर्ग बारंबारता 15 है तथा इस बारंबारता का संगत वर्ग 15 – 20 है। अत: बहुलक वर्ग 15–20 है।

अब, बहुलक वर्ग की निम्न सीमा $(l) = 15$ तथा वर्ग माप $(h) = 5$ है।

बहुलक वर्ग की बारंबारता $(f_1) = 15$, $(f_0) = 6$, $f\,(f_2) = 10$ है।

$$\text{अब बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 15 + \left(\frac{15 - 6}{2 \times 15 - 6 - 10}\right) \times 5$$

$$= 15 + \left(\frac{9}{30 - 16}\right) \times 5 \Rightarrow 15 + 3.21$$

$= 18.21$ (लगभग)

SECTION–C

सैक्शन-C में 6 प्रश्न हैं प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का हैं।

प्रश्न 26. सिद्ध करें कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है : 3

हल—मान लें कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। यदि $\sqrt{5}$ परिमेय है, तो इसका अर्थ है कि इसे $\frac{a}{b}$ के रूप में लिखा जा सकता है, जहाँ a और

b पूर्णांक हैं जिनका 1 के अलावा कोई अन्य सामान्य कारक नहीं है और $b \neq 0$ है। यानी a और b सहअभाज्य संख्याएँ हैं।

अत: $$\frac{\sqrt{5}}{1} = \frac{a}{b} \Rightarrow \sqrt{5}b = a$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$$5b^2 = a^2 \qquad ....(1)$$

इसका अर्थ है कि 5, a^2 को विभाजित करता है।

इसलिए 5, a को भी विभाजित करता है।

अत: हम $a = 5c$ लिख सकते हैं जहाँ 'c' एक पूर्णांक है।

वर्ग करने पर, हमें प्राप्त होता है

$$a^2 = 25c^2$$

a^2 का मान समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर।

$$5b^2 = 25c^2$$
$$b^2 = 5c^2$$

इसका अर्थ है कि b^2, 5 से विभाजित है और इसलिए b भी 5 से विभाज्य है। इसलिए a और b का सामान्य कारक 5 है। लेकिन यह इस तथ्य का खंडन करता है कि a और b सहअभाज्य हैं। यह विरोधाभास हमारी गलत धारणा के कारण उत्पन्न हुआ है कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। इसलिए, हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $\sqrt{5}$ अपरिमेय है।

प्रश्न 27. (A) वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें y-अक्ष बिंदुओं (4, – 5) और (– 1, 2) को जोड़ने वाले रेखा खंड को विभाजित करता है। प्रतिच्छेद बिंदु भी ज्ञात कीजिए। **3**

हल—अनुभाग सूत्र का उपयोग करते हुए, यदि एक बिंदु (x, y) बिंदु (x_1, y_1) और (x_2, y_2) को जोड़ने वाली रेखा को $m : n$ के अनुपात में विभक्ति करता है, तो

$$(x, y) = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

मान लीजिए कि y-अक्ष PQ को K : 1 के अनुपात में विभाजित करता है। तब विभाजन बिंदु के निर्देशांक हैं।

$$\text{R}\left(\frac{-1\text{K}+4}{\text{K}+1}, \frac{2\text{K}-5}{\text{K}+1}\right)$$

चूँकि, R, y-अक्ष पर स्थित है और y-अक्ष पर प्रत्येक बिंदु का X निर्देशांक शून्य हैं।

$$\therefore \quad \frac{-1\text{K}+4}{\text{K}+1} = 0 \Rightarrow -\text{K} + 4 = \text{K} + 1 \Rightarrow \text{K} = 4$$

अत: अपेक्षित अनुपात है 4 : 1

R के निर्देशांक में K = 4 प्रतिस्थापित करने पर

$$\left(\frac{-4+4}{4+1}, \frac{2\times4-5}{4+1}\right) \Rightarrow \left(0, \frac{3}{5}\right)$$

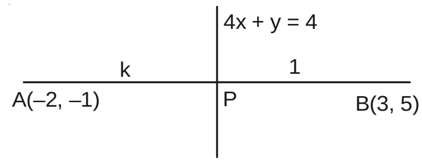
अत: प्रतिच्छेद बिंदु $\left(0, \frac{3}{5}\right)$ है।

अथवा

प्रश्न 27 (B). रेखा 4x + y = 4 बिंदुओं (– 2, – 1) और (3, 5) को मिलाने वाले रेखाखंड को एक निश्चित अनुपात में विभाजित करती है। अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल—मान लीजिए रेखा $4x + y =$ 4AB को P (x_1, y_1) पर प्रतिच्छेद करती है जिससे AP : PB = k : 1 है, तो

$$(x, y) = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$



$$x = \frac{3k-2}{k+1} \text{ तथा } y = \frac{5k-1}{k+1}$$

बिंदु (x, y) रेखा $4x + y = 4$ पर स्थित है।

इसलिए (x, y) के निर्देशांक $4x + y = 4$ में प्रतिस्थापित करने पर

$$4\left(\frac{3k-2}{k+1}\right) + \left(\frac{5k-1}{k+1}\right) = 4 \Rightarrow \text{k} = 1$$

अत: आवश्यक अनुपात 1 : 1 है।

प्रश्न 28. सिद्ध करें : (cosec A – sin A) (sec A – cos A) = $\frac{1}{\tan A + \cos A}$. **3**

हल—L.H.S. (cosec A – sin A) (sec A – cos A) ....(1)

हम जानते हैं कि $\sec x = \frac{1}{\cos x}, \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$

sec x तथा cosec x का मान समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sin A} - \sin A\right)\left(\frac{1}{\cos A} - \cos A\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1-\sin^2 A}{\sin A}\right)\left(\frac{1-\cos^2 A}{\cos A}\right)$$

$$= \frac{\cos^2 A \sin^2 A}{\sin A \cos A} \Rightarrow \frac{\sin A \cos A}{1}$$

$$= \frac{\sin A \cos A}{\sin^2 A + \cos^2 A}$$

[$\therefore \sin^2 A + \cos^2 A = 1$]

$$= \frac{1}{\frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin A \cos A}}$$

[अंश तथा हर को sin A cos A से भाग करने पर]

$$= \frac{1}{\frac{\sin^2 A}{\sin A \cos A} + \frac{\cos^2 A}{\sin A \cos A}} \Rightarrow \frac{1}{\frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A}}$$

$$= \frac{1}{\tan A + \cot A} = \text{R.H.S.}$$

$$\left[\because \frac{\sin A}{\cos A} = \tan A, \frac{\cos A}{\sin A} = \cot A\right]$$

प्रश्न 29. पग विचलन विधि का उपयोग करके माध्य ज्ञात करें। 3

वर्ग अंतराल	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
बारंबारता	6	10	15	9	10

हल—सबसे पहले प्रत्येक वर्ग अंतराल का x_1 ज्ञात करेंगे तथा उन्हें एक स्तंभ में रखेंगे।

वर्ग अंतराल	x_1	f_1	$\mu = \frac{x-25}{10}$	$f_i u_i$
0 – 10	5	6	– 2	– 12
10 – 20	15	10	– 1	– 10
20 – 30	25	15	0	0
30 – 40	35	9	1	9
40 – 50	45	10	2	20
		$\Sigma f_i = 50$		$\Sigma f_i u_i = 7$

$a = 25, h = 10$

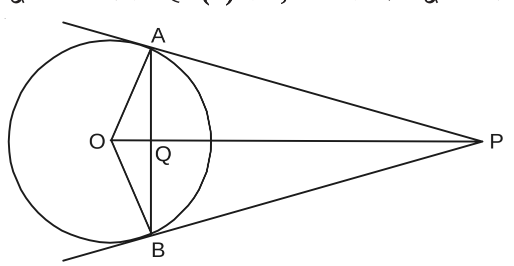
$$\bar{x} = A + \left(\frac{\Sigma f_i \mu_i}{\Sigma f_i}\right) \times h$$

$$\bar{x} = 25 + \left(\frac{7}{50}\right) \times 10$$

$$\bar{x} = 25 + \frac{70}{50} \Rightarrow \bar{x} = 25 + 1.4$$

$$\bar{x} = 26.4$$

प्रश्न 30 (A). दी गई आकृति में, PA और PB, O पर केन्द्रित एक वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हैं। सिद्ध कीजिए कि (*i*) OP, ∠APB को समद्विभाजित करता है। (ii) OP, AB का समद्विभाजक है। 3



हल—(*i*) चूँकि PA और PB एक ही बाह्य बिंदु P से वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ हैं,

इसलिए हम जानते हैं कि : PA = PB

वृत्त के किसी भी बिंदु पर स्पर्श रेखा संपर्क बिंदु पर त्रिज्या के लंबवत होती है।

इसलिए : ∠OAP =∠OBP = 90°

त्रिभुज ΔOAP और ΔOBP में, हमारे पास है :

⇒ OA – OB (वृत्त की त्रिज्याएँ)

⇒ PA = PB

⇒ ∠OAP = ∠OBP = 90

अत:, त्रिभुज OAP ≅ OBP [RHS शर्त से सर्वांगसम हैं]

ΔOAP और ΔOBP की सर्वांगसमता से,

⇒ ∠AOP = ∠BOP

अत: OP, ∠APB को समद्विभाजित करता है।

(*ii*) ΔAQP ≅ ΔBQP

⇒ AQ = QB और ∠AQP = ∠BQP

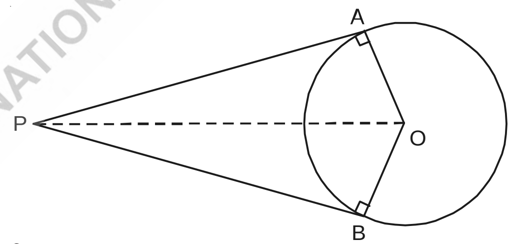
AB एक सीधी रेखा है इसलिए ∠AQP = ∠BQP = 90°

इसलिए OP, AB का समद्विभाजक है।

अथवा

प्रश्न 30 (B) सिद्ध कीजिए कि किसी बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाई बराबर होती है। 3

हल—मान लीजिए AP और BP केंद्र O वाले वृत्त की दो स्पर्श रेखाएँ हैं। अब, OP, OA और OB को मिलाएँ।



सिद्ध करना : AP = BP

प्रमाण :

ΔAOP और ΔBOP में

OA = OB (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ)

∠OAP = ∠OBP = 90°

(चूँकि वृत्त के किसी भी बिंदु पर स्पर्श रेखा, संपर्क बिंदु से होकर जाने वाली त्रिज्या पर लंबवत होती है।)

OP = OP (उभयनिष्ठ)

∴ ΔAOP ≅ ΔBOP

(R.H.S. सर्वांगसमता मानदंड द्वारा)

∴ AP = BP (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

अत: किसी बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाई बराबर होती है।

प्रश्न 31. दो अंकों वाली एक संख्या और उसके अंकों के क्रम को उलटने से प्राप्त संख्या का योग 99 है। यदि दहाई का अंक इकाई के अंक से 3 अधिक है, तो संख्या ज्ञात कीजिए। 3

हल—मान लीजिए कि 2 अंक क्रमश: x, y हैं।

2 अंकों की संख्या = $10x + y$

अंकों को उलटने पर प्राप्त संख्या $10y + x$ है। इसलिए, समीकरण इस प्रकार है :

$(10x + y) + (10y + x) = 99$

$\therefore\ 10x + y + 10y + x = 99$

$\Rightarrow\quad 11x + 11y = 99$

$\Rightarrow\quad x + y = 9 \quad ....(1)$

दिया गया है, दहाई का अंक इकाई के अंक से 3 अधिक है।

अर्थात् $\quad x = y + 3 \quad ....(2)$

समीकरण (2) $x = y + 3$ को समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर :

$\Rightarrow\quad (y + 3) + y = 9$

$\Rightarrow\quad 2y + 3 = 9 \Rightarrow 2y = 6$

$\Rightarrow\quad y = 3$

अब समीकरण (2) में $y = 3$ प्रतिस्थापित करने पर :

$$x = 3 + 3 = 6$$

दो अंकों वाली संख्या $10x + y = 10\,(6) + 3 = 63$ है।

इस प्रकार, संख्या 63 है।

SECTION–D

सैक्शन-D में 4 प्रश्न हैं प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

प्रश्न 32. (A) अमिता ने ₹ 1920 में कुछ किताबें खरीदीं। अगर उसने उसी कीमत में 4 और किताबें खरीदी होती तो हर किताब की कीमत ₹ 24 कम होती। उसने कितनी किताबें खरीदीं ? एक किताब की प्रारंभिक कीमत क्या थी ? 5

हल— मान लें कि अमिता द्वारा प्रारंभ में खरीदी गई पुस्तकों की संख्या x है, तथा प्रत्येक पुस्तक का प्रारंभिक मूल्य P (₹ में) है।

हम जानते हैं कि अमिता ने x पुस्तकों पर ₹ 1920 खर्च किए, इसलिए :

$$x \times p = 1920 \quad ....(1)$$

अमिता ने 4 और पुस्तकें खरीदीं, तो पुस्तकों की कुल संख्या = $x + 4$

प्रत्येक पुस्तक का मूल्य = $p - 24$

इसलिए : $(x + 4) \times (p - 24) = 1920 \quad ....(2)$

समीकरण (1) से, $\quad p = \dfrac{1920}{x} \quad ....(3)$

p का मान समीकरण 2 में प्रतिस्थापित करने पर :

$$(x + 4) \times \left(\frac{1920}{x} - 24\right) = 1920$$

$$(x + 4) \times \left(\frac{1920 - 24x}{x}\right) = 1920$$

$(x + 4) \times (1920 - 24x) = 1920x$

$1920x + 7680 - 24x^2 - 96x = 1920x$

$7680 - 24x^2 - 96x = 0$

$320 - x^2 - 4x = 0$

$x^2 + 4x - 320 = 0 \quad ....(4)$

द्विघात समीकरण 4 को द्विघात सूत्र विधि से हल करने पर :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4\,(1)\,(-320)}}{2\,(1)}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 1280}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{1296}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm 36}{2}$$

अत: हमारे पास x के दो संभावित मान हैं :

$$x = \frac{-4 + 36}{2} = \frac{32}{2} = 16$$

$$x = \frac{-4 - 36}{2} = \frac{-40}{2} = -20$$

चूँकि पुस्तकों की संख्या धनात्मक होनी चाहिए, इसलिए $x = 16$ है।

समीकरण (1) में $x = 16$ प्रतिस्थापित करने पर :

$$16 \times p = 1920$$

$$p = \frac{1920}{16} = 120$$

अमिता ने शुरुआत में 16 किताबें खरीदीं और प्रत्येक किताब की प्रारंभिक कीमत ₹ 120 थी।

अथवा

प्रश्न 32 (B) एक रेलगाड़ी 132 किमी की दूरी एक निश्चित औसत गति से तय करती है और फिर 140 किमी की दूरी अपनी आरंभिक गति से 4 किमी०/घंटा अधिक की औसत गति से तय करती है। यदि यात्रा पूरी करने में उसे 4 घंटे लगते हैं, तो आरंभिक औसत गति क्या थी ? अलग-अलग दूरी तय करने में रेलगाड़ी द्वारा लिया गया समय ज्ञात कीजिए।

हल— मान लीजिए, ट्रेन की प्रारंभिक औसत गति x किमी०/घंटा है।

यात्रा से पहले भाग (132 किमी०) के लिए ट्रेन x किमी०/घंटा की गति से चलती है।

यात्रा से दूसरे भाग (140 किमी०) के लिए ट्रेन $x + 4$ किमी०/घंटा की गति से चलती है।

पूरी यात्रा का कुल समय 4 घंटे बताया गया है।

अत:

पहले भाग का समय = $\dfrac{132}{x}$ घंटे

दूसरे भाग का समय = $\dfrac{140}{x+4}$ घंटे

दोनों यात्राओं में लगा कुल समय :

$$\frac{132}{x}+\frac{140}{x+4} = 4$$

$$132\,(x + 4) + 140x = 4x\,(x + 4)$$
$$132x + 528 + 140x = 4x^2 + 16x$$
$$272x + 528 = 4x^2 + 16x$$
$$4x^2 + 16x - 272x - 528 = 0$$
$$4x^2 - 256x - 528 = 0$$
$$x^2 - 64x - 132 = 0$$

द्विघात समीकरण को द्विघात सूत्र विधि से हल करने पर :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

यहाँ $a = 1, b = -64, c = -132$

$$x = \frac{-(-64) \pm \sqrt{(-64)^2 - 4\,(1)\,(-132)}}{2\,(1)}$$

$$x = \frac{64 \pm \sqrt{4096+528}}{2}$$

$$x = \frac{64 \pm \sqrt{4624}}{2}$$

$$x = \frac{64 \pm 68}{2}$$

अत: हमारे पास x के दो संभावित मान हैं :

$$x = \frac{64+68}{2} = \frac{132}{2} = 66, \quad x = \frac{64-68}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

चूँकि गति ऋणात्मक नहीं हो सकती, इसलिए हम $x = 66$ लेते हैं।

अत: प्रारंभिक औसत गति 66 किमी/घंटा है।

इसलिए: यात्रा के दूसरे भाग की औसत गति 66 + 4 = 70 किमी०/घंटा है।

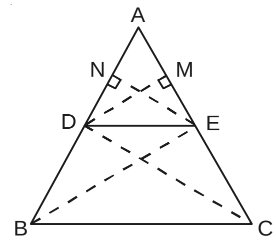
पहले भाग का समय $= \frac{132}{66} = 2$ घंटे

दूसरे भाग का समय $= \frac{140}{70} + 4 = 2$ घंटे

इसी प्रकार, ट्रेन को पहले 132 किमी० की दूरी तय करने में 2 घंटे लगे और अगले 140 किमी० की दूरी तय करने में 2 घंटे लगे।

प्रश्न 33. यदि किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर अन्य दो भुजाओं को भिन्न-भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करने के लिए एक रेखा खींची जाए, तो ये अन्य दो भुजाएँ एक ही अनुपात में विभाजित हो जाती हैं। 5

हल—हमें एक त्रिभुज ABC दिया है, जिसमें भुजा BC के समांतर खींची गई एक रेखा अन्य दो भुजाओं AB और AC को क्रमश: D और E पर काटती है।



हमें सिद्ध करना है कि $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

अब B और E तथा C और D को मिलाएं और फिर DM ⊥ AC एवं EN ⊥ AB खींचें।

$$\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल} = \left(\frac{1}{2}\text{आधार} \times \text{ऊँचाई}\right) = \frac{1}{2} AD \times EN$$

अत: $\text{ar}\,(ADE) = \frac{1}{2} AD \times EN$

इसी प्रकार $\text{ar}\,(BDE) = \frac{1}{2} DB \times EN,$

$\text{ar}\,(ADE) = \frac{1}{2} AE \times DM$

तथा $\text{ar}\,(DEC) = \frac{1}{2} EC \times DM$

अत: $$\frac{\text{ar}\,(ADE)}{\text{ar}\,(BDE)} = \frac{\frac{1}{2} AD \times EN}{\frac{1}{2} DB \times EN} = \frac{AD}{DB} \qquad ....(1)$$

तथा $$\frac{\text{ar}\,(ADE)}{\text{ar}\,(DEC)} = \frac{\frac{1}{2} AE \times DM}{\frac{1}{2} EC \times DM} = \frac{AE}{EC} \qquad ....(2)$$

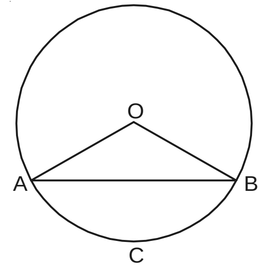
ΔBDE और ΔDEC एक ही आधार DE तथा समांतर रेखाओं BC और DE के बीच बने दो त्रिभुज हैं।

अत: $\text{ar}\,(BDE) = \text{ar}\,(DEC)$ ....(3)

इसलिए (1), (2) और (3) से हमें प्राप्त होता है :

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

प्रश्न 34. बिंदु O पर केन्द्रित तथा 24 त्रिज्या वाले वृत्त के त्रिज्याखंड OACB का परिमाप 73.12 सेमी० है। 5



(i) केन्द्रीय कोण $\angle AOB$ ज्ञात कीजिए।

(ii) लघु खण्ड ACB का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल—(*i*) केन्द्रीय कोण AOB ज्ञात करें :

OACB की परिमाप = चाप की लंबाई AB + 2 (त्रिज्या)

$$73.12 = \left(\frac{\theta}{360}\right)\times 2\pi r + 2\,(24)$$

$$73.12 = \left(\frac{\theta}{360}\right)\times 2\times 3.14\times 24 + 48$$

$$25.12 = \left(\frac{\theta}{360}\right)\times 150.72$$

$$\theta = \frac{(25.12\times 360)}{150.72}$$

$$\theta = 60°$$

इसलिए, केन्द्रीय कोण AOB लगभग 60° है।

(*ii*) लघु खंड ACB का क्षेत्रफल ज्ञात करें :

लघु खंड ACB का क्षेत्रफल = OACB का क्षेत्रफल – त्रिभुज AOB का क्षेत्रफल

$$\text{OACB का क्षेत्रफल} = \left(\frac{\theta}{360}\right)\times \pi r^2$$

$$= \left(\frac{60}{360}\right)\times 3.14\times (24)^2$$

$$= 0.1667\times 3.14\times 576$$

$$= 301.44 \text{ वर्ग सेमी॰}$$

$$\text{त्रिभुज AOB का क्षेत्रफल} \left(\frac{1}{2}\right)\times \text{आधार}\times\text{ऊँचाई}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\times 24\times 24\times \sin(60°)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\times 24\times 24\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{288\sqrt{3}}{2} = 288\times\frac{1.73}{2}$$

$$= 249.84 \text{ वर्ग सेमी॰}$$

लघु खंड ACB का क्षेत्रफल = क्षेत्र OACB का क्षेत्रफल – त्रिभुज AOB का क्षेत्रफल

$\approx$ 301.44 – 249.84, $\approx$ 51.6 वर्ग सेमी॰

इसलिए, लघु खंड ACB का क्षेत्रफल लगभग 51.6 वर्ग सेमी॰ है।

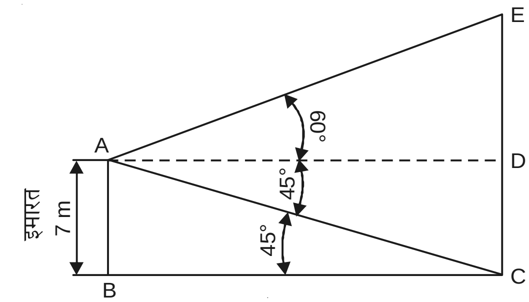
प्रश्न 35. (A). 9 मीटर ऊँची इमारत के शीर्ष से, एक केबल टावर के शीर्ष का उन्नयन कोण 60° है और इसके आधार का अवनमन कोण 45° है। टावर की ऊँचाई और इमारत और टावर के बीच की दूरी निर्धारित करें। ($\sqrt{3}$ = 1.732 का प्रयोग करें।) **5**

हल—मान लीजिए कि मीनार की ऊँचाई CE है और इमारत की ऊँचाई AB है। मीनार के शीर्ष E से इमारत के शीर्ष A तक उन्नयन कोण 60° है और मीनार के तल C से इमारत के शीर्ष A तक अवनमन कोण 45° है।

AD || BC खींचिए।

फिर, $\angle DAC = \angle ACB = 45°$

(वैकल्पिक आंतरिक कोण)



ΔABC में $\tan 45° = \dfrac{AB}{BC}$

$$1 = \frac{9}{BC}$$

$$BC = 9 \text{ m}$$

ABCD एक आयत है,

इसलिए, BC = AD = 9 और AB = CD = 9

ΔADE में, $\tan 60° = \dfrac{ED}{AD}$

$$\sqrt{3} = \frac{ED}{9}$$

$$ED = 9\sqrt{3}$$

टावर की ऊँचाई = CE = ED + CD

$$= 9\sqrt{3}+7$$

$$= 9(\sqrt{3}+1) \qquad [\sqrt{3} = 1.732]$$

$$= 9\,(1.73 + 1) \Rightarrow 9\times 2.73 \Rightarrow 24.57 \text{ m}$$

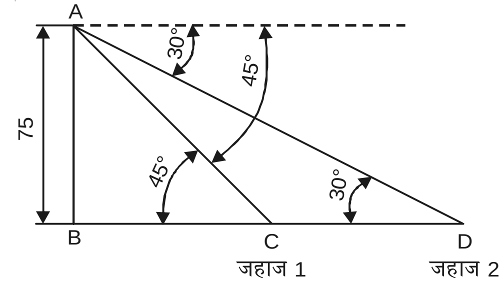
टावर की ऊँचाई = 24.57 m

अथवा

प्रश्न 35. (B) समुद्र तल से 75 मीटर ऊँचे लाइटहाउस के शीर्ष से देखने पर, दो जहाज़ों के अवनमन कोण 30° और 45° हैं। यदि एक जहाज लाइटहाउस के एक ही तरफ दूसरे जहाज के बिल्कुल पीछे है, तो दोनों जहाजों के बीच की दूरी ज्ञात करें।

($\sqrt{3}$ = 1.732 का उपयोग करें)

हल—मान लीजिए कि समुद्र तल से लाइटहाउस की ऊँचाई AB है और जहाज C और D हैं। लाइटहाउस के शीर्ष A से जहाज C और D के अवनमन कोण क्रमश: 30° और 45° हैं।



जहाज़ों के बीच की दूरी = CD = BD – BC

ΔABC में, $\tan 45^\circ = \dfrac{AB}{BC}$

$$1 = \frac{75}{BC}$$

$$BC = 75$$

ΔABD में, $\tan 30^\circ = \dfrac{AB}{BD}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{75}{BD}$$

$$BD = 75\sqrt{3}$$

दो जहाज़ों के बीच की दूरी CD = BD – BC

उपरोक्त समीकरण में BD तथा BC का मान प्रतिस्थापित करने पर :

$$CD = 75\sqrt{3} - 75$$

$$= 75(\sqrt{3} - 1)$$

[($\sqrt{3}$ = 1.732 का उपयोग करने पर]

$$= 75\,(1.732 - 1)$$

$$= 75 \times 0.732 = 54.9 \text{ m}$$

दो जहाज़ों के बीच की दूरी CD 54.9 m है।

SECTION–E

प्रश्न 36. छात्रों के एक समूह ने अपने सहपाठियों के बीच स्कूल जाने के लिए परिवहन के पसंदीदा तरीके के बारे में जानने के लिए एक सर्वेक्षण किया। उन्होंने अपने स्कूल के 200 छात्रों का सर्वेक्षण किया। सर्वेक्षण के परिणाम इस प्रकार है :

120 छात्रों ने पैदल स्कूल जाना पसंद किया।

25% छात्रों ने साइकिल का उपयोग करना पसंद किया।

10% छात्रों ने बस लेना पसंद किया।

शेष छात्रों ने कार से स्कूल जाना पसंद किया।

उपर्युक्त जानकारी के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें :

(i) इसकी क्या प्रायिकता है कि यादृच्छिक रूप से चुना गया एक छात्र पैदल चलकर स्कूल जाना पसंद नहीं करता है ? 1

(ii) यादृच्छिक रूप से चुने गए छात्र की प्रायिकता ज्ञात कीजिए जो पैदल चलना या साइकिल का उपयोग करना पसंद करता है।

(iii) (A) एक दिन पैदल चलने वाले 50% छात्रों ने साइकिल से आने का फैसला किया। इसकी क्या प्रायिकता है कि यादच्छिक रूप से चुना गया एक छात्र उस दिन साइकिल से स्कूल आएगा ? 1

अथवा

(B) इसकी क्या प्रायिकता है कि यादृच्छिक रूप से चुना गया एक छात्र कार द्वारा स्कूल छोड़े जाना पसंद करेगा ? 2

हल—(*i*) यादृच्छिक रूप से चुने गए छात्र की प्रायिकता जो पैदल चलकर स्कूल जाना पसंद नहीं करता

कुल छात्रों की संख्या = 200

पैदल चलना न पसंद करने वाले छात्रों की संख्या

$$= 200 - 120 = 80$$

P (चयनित छात्र जो पैदल चलना पसंद नहीं करता) = $\dfrac{80}{200} = \dfrac{2}{5}$

(*ii*) यादृच्छिक रूप से चुने गए छात्र की प्रायिकता जो पैदल चलना या साइकिल का उपयोग करना पसंद करता है।

साइकिल का उपयोग करना पसंद करने वाले छात्रों की संख्या = 25%

अर्थात् $\dfrac{200 \times 25}{100} = 50$

पैदल चलना या साइकिल का उपयोग करना पसंद करने वाले छात्रों की कुल संख्या = 120 + 50 = 170

P (चयनित छात्र पैदल चलना या साइकिल का उपयोग करना पसंद करते हैं) = $\dfrac{170}{200}$ या $\dfrac{17}{20}$

(*iii*) (A) पैदल चलने वाले 50% छात्र जिन्होंने साइकिल का उपयोग किया = 120 का 50% = 60

पहले से साइकिल का उपयोग करने वाले छात्रों की संख्या = 50

छात्रों की कुल संख्या = 60 + 50 = 110

P (चयनित छात्र साइकिल का उपयोग करता है) = $\dfrac{110}{200}$ या $\dfrac{11}{20}$

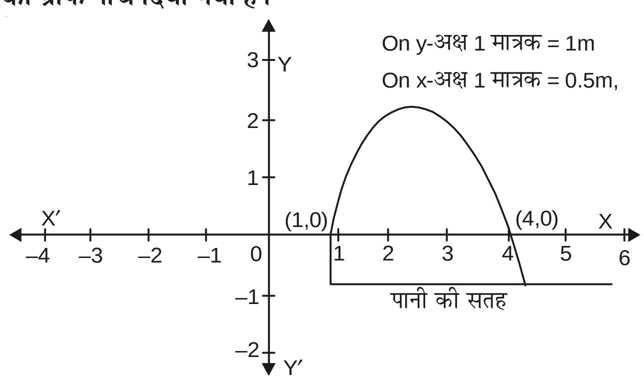
अथवा

(B) कार से स्कूल छोड़े जाने वाले छात्रों की संख्या

= 200 – (120 + 50 + 20) = 10 छात्र

P (चयनित छात्र को कार से स्कूल छोड़ा जाता है) = $\dfrac{10}{200}$ या $\dfrac{1}{20}$

प्रश्न 37. राधा, एक महत्त्वाकांक्षी लैंडस्केप डिज़ाइनर, को एक ऐसा आकर्षक पूल डिज़ाइन बनाने का काम सौंपा गया है जिसमें फव्वारों की एक अनूठी व्यवस्था शामिल है। चुनौती में फव्वारों को इस तरह से व्यवस्थित करना शामिल है कि जब पानी ऊपर की ओर फेंका जाए, तो यह एक परवलय का आकार बनाए। ऐसे ही एक परवलय का ग्राफ नीचे दिया गया है।



प्रत्येक फव्वारे की छड़ की जल स्तर से ऊँचाई 10 सेमी० है। पानी के फव्वारे को दर्शाने वाले नीचे की ओर मुख वाले परवलय का समीकरण p (x) = – x^2 + 5x – 4 द्वारा दिया गया है।

उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए : 1

(i) ग्राफ़ से बहुपद p (x) के शून्यक ज्ञात कीजिए।

(ii) x का वह मान ज्ञात कीजिए जिस पर पानी अधिकतम ऊँचाई प्राप्त करता है। 1

(iii) (A) यदि h पूल के जल स्तर से जल धारा द्वारा प्राप्त की गई अधिकतम ऊँचाई है, तो h का मान ज्ञात करें।

अथवा

(B) x-अक्ष पर किस बिंदु पर, x-अक्ष से ऊपर पानी की ऊँचाई 2 मीटर है। 2

हल—(i) ग्राफ़ से बहुपद p (x) के शून्यक

दिया गया परवलय का समीकरण है $p(x) = -x^2 + 5x - 4$

शून्य ज्ञात करने के लिए हमें समीकरण हल करना होगा :

$$-x^2 + 5x - 4 = 0$$

गुणनखंड विधि	द्विघात सूत्र विधि
सरलीकरण के लिए – 1 से गुणा करने पर : $x^2 - 5x + 4 = 0.$ अब, द्विघात समीकरण के गुणनखण्ड है : $(x-4)(x-1) = 0.$ प्रत्येक कारक को शून्य के बराबर रखने पर हमें प्राप्त होना है : $x - 4 = 0 \rightarrow x = 4$ $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(-1)(-4)}}{2(-1)}$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25-16}}{-2}$ $x = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{-2}$ $x = \frac{-5 \pm 3}{-2}$ $x = -\ -5 + \frac{3}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$ $x = -5 - \frac{3}{2} = \frac{-8}{-2} = 4$

अत: बहुपद $p(x)$ के शून्यक $x = 1$ और $x = 4$ हैं।

(*ii*) x का वह मान जिस पर पानी अधिकतम ऊँचाई प्राप्त करता है।

परवलय की अधिकतम ऊँचाई शीर्ष पर होती है।

परवलय $ax^2 + bx + c$ के लिए, शीर्ष का निर्देशांक-x इस प्रकार दिया गया है :

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$p(x)$ के लिए $p(x) = -x^2 + 5x - 4$

$$x = -\frac{5}{2} \times (-1) = \frac{5}{2} = 2.5$$

x का वह मान जिस पर पानी अधिकतम ऊँचाई प्राप्त करता है 2.5 है।

(*iii*) (A) पूल के जल स्तर से जल धारा द्वारा प्राप्त की गई अधिकतम ऊँचाई h का मान जल स्तर से ऊपर प्रत्येक फव्वारा छड़ की ऊँचाई = 10 cm = 0.1 m

$$x = \frac{5}{2} \text{ पर, } p(x) = 2.25$$

इसलिए, h का मान = 0.10 + 2.25 = 2.35 m

अथवा

(*iii*) (B) x-अक्ष से ऊपर पानी की ऊँचाई 2 मीटर है।

$$p(x) = -x^2 + 5x - 4$$

$\Rightarrow \quad 2 = -x^2 + 5x - 4$

$\Rightarrow \quad x^2 - 5x + 6 = 0$

$\Rightarrow \quad x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$

$\Rightarrow x(x-3) - 2(x-3) = 0$

$\Rightarrow \quad (x-3)(x-2) = 0$

$\Rightarrow \quad x = 3$ or $x = 2$

इसलिए, अभीष्ट बिन्दु (2, 0) और (3, 0) हैं।

प्रश्न 38. रिंकू अपने जन्मदिन पर अपने सबसे अच्छे दोस्त रोहन से एक शानदार जंबो पेंसिल पाकर बहुत खुश था। पेंसिल एक बुनियादी लेखन उपकरण है, जब इसे तेज़ किया जाता है तो इसका आकार सिलेंडर और शंकु का संयोजन होता है जैसा कि चित्र में दिया गया है। शंक्वाकार सिर वाली बेलनाकार पेंसिल सदियों से दुनिया भर में एक आम आकार है। आमतौर पर पेंसिल लकड़ी और प्लास्टिक से बनी होती हैं, लेकिन हमें पर्यावरण को बचाने के लिए पर्यावरण के अनुकूल सामग्री (आजकल बाज़ार में कई विकल्प उपलब्ध हैं) से बनी पेंसिलों को बढ़ावा देना चाहिए।

रिंकू की पेंसिल के आयाम इस प्रकार दिए गए हैं :

बेलनाकार भाग की लंबाई 21 सेमी० है। आधार का व्यास 1 सेमी० है और शंक्वाकार भाग की ऊँचाई 1.2 सेमी० है।

उपरोक्त जानकारी के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें :

(i) नुकीले भाग की तिरछी ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 1

(ii) नुकीले हिस्से का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए (π के संदर्भ में)। 1

(iii) (A) पेंसिल का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (π के संदर्भ में)। 2

अथवा

(B) पेंसिल को कई बार तेज़ करने के बाद उसकी कुल ऊँचाई 8.2 सेमी० कम हो जाती है, छोटी की गई पेंसिल के बेलनाकार भाग का आयतन (π के संदर्भ में) क्या है ? 2

हल—बेलनाकार भाग की लंबाई (H) = 21 सेमी०

आधार का व्यास $(2r)=1$ सेमी० $\Rightarrow r = 0.5$ सेमी०

शंक्वाकार भाग की ऊँचाई (h) = 1.2 सेमी०

(*i*) नुकीले भाग की तिरछी ऊँचाई $l = \sqrt{r^2+h^2}$

$$L = \sqrt{r^2+h^2}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर हमें प्राप्त होता है

$$l^2 = (1.2)^2 + (0.5)^2$$

$$= 1.44 + 0.25 \Rightarrow l = \sqrt{1.69} = 1.3\,\text{cm}$$

(*ii*) नुकीले भाग का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (π के संदर्भ में) = πrl

$$A = \pi\,(0.5)\,(1.3) = 0.65\pi\ \text{cm}^2$$

(*iii*) A पेंसिल का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल (π के संदर्भ में)

= शंक्वाकार भाग का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + वृत्त का क्षेत्रफल

$$\pi \times 0.5 \times 0.5 \times 21 + 0.65\pi + \pi \times (0.5)^2$$

$$= (5.25 + 0.65 + 0.25)\,\pi$$

$$= (6.15\pi)\ \text{cm}^2$$

अथवा

(B) छोटी पेंसिल के बेलनाकार भाग की लंबाई

$$= (21 - 8.2)\ \text{cm} = 12.8\ \text{cm}$$

अतः छोटी पेंसिल के बेलनाकार भाग का आयतन

$$= \pi \times 0.5 \times 0.5 \times 12.8$$

$$= (3.2\pi)\ \text{cm}^3$$

MODEL ANSWERS

Holy Faith New Style Sample Paper(Solved)–1

(Based on the Latest Design & Syllabus Issued by CBSE)

CLASS—10th

Mathematics (Basic)

समय : 3 घंटे **पूर्णांक : 80**

सामान्य निर्देश—निम्नलिखित निर्देशों को ध्यानपूर्वक पढ़ें और उनका पालन करें—

1. इस प्रश्न-पत्र में 38 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. यह प्रश्न-पत्र पाँच खंडों—**क, ख, ग, घ** और **ङ** में विभाजित है।
3. **खंड—क** में, प्रश्न संख्या 1 से 18 तक बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं और प्रश्न संख्या 19 और 20 अभिकथन-कारण आधारित प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक 1 अंक का है।
4. **खंड—ख** में, प्रश्न संख्या 21 से 25 तक अति लघु उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक 2 अंक का है।
5. **खंड—ग** में, प्रश्न संख्या 26 से 31 तक लघु उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक 3 अंक का है।
6. **खंड—घ** में, प्रश्न संख्या 32 से 35 तक दीर्घ उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक 5 अंक का है।
7. **खंड—ङ** में, प्रश्न संख्या 36 से 38 केस-स्टडी आधारित एकीकृत प्रश्न हैं, जिनमें से प्रत्येक के 4 अंक हैं। प्रत्येक केस-स्टडी में 2 अंकों के प्रश्न में आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है।
8. कोई समग्र विकल्प नहीं है। हालाँकि, **खंड—ख** में 2 प्रश्नों, **खंड—ग** में 2 प्रश्नों, **खंड—घ** में 2 प्रश्नों और **खंड—ङ** में 2 अंकों के सभी प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिया गया है।
9. जहाँ भी आवश्यक हो, स्वच्छ आरेख बनाएँ। जहाँ भी आवश्यक हो, यदि नहीं बताया गया हो, तो $\pi = \frac{22}{7}$ लें।
10. कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।

खण्ड—क

खण्ड-क में 1 अंक के 20 प्रश्न हैं।

1. (B) x^2y^2.

2. (C) $4+\sqrt{9}$.

3. (A) $4x^2 + x + 1$.

4. (C) 3, 5, 7, 9 ....

5. (C) $(x + 1)^2 = 2(x - 3)$.

6. (B) 5 : 1.

7. (A) S.S.S.

8. (D) $\sqrt{119}$ सेमी।

9. (A) 50°.

10. (D) 0.

11. (B) $\frac{\sqrt{7}}{4}$.

12. (B) 2.

13. (D) 16 : 9.

14. (A) $\frac{2}{5}$.

15. (C) $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$.

16. (B) 8.

17. (B) $(x, 0)$.

18. (A) 15.

19. **विकल्प (c) :** अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है।

20. ***(a)* :** अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

खण्ड—ख

खण्ड-ख में 2 अंकों के 5 प्रश्न हैं।

21. दिए गए समीकरण हैं :

$$0.2x + 0.3y = 1.3 \qquad ...(1)$$
$$0.4x + 0.5y = 2.3 \qquad ...(2)$$

समीकरण (1) को 2 से गुणा कीजिए

$$0.4x + 0.6y = 2.6 \qquad ...(3)$$

समीकरण (3) में से समीकरण (2) को घटाने पर

$$\begin{array}{r} 0.4x + 0.6y = 2.6 \\ 0.4x + 0.5y = 2.3 \\ - \quad - \quad\quad - \\ \hline 0.1y = 0.3 \end{array}$$

$$y = \frac{0.3}{0.1} = 3$$

y का यह मान समीकरण (1) में रखने पर हम प्राप्त करते हैं :

$$0.2x + 0.9 = 1.3$$
$$0.2x = 1.3 - 0.9$$
$$0.2x = 0.4$$
$$x = \frac{0.4}{0.2} = 2$$

$\therefore$ $x = 2, y = 3$. **उत्तर**

22. PQ = 1.28 सेमी०, PR = 2.56 सेमी०

PE = 0.18 सेमी०, PF = 0.36 सेमी०.

EQ = PQ – PE = 1.28 – 0.18 = 1.10 सेमी०

ER = PR – PF = 2.56 – 0.36 = 2.20 सेमी०

यहाँ $\frac{PE}{EQ} = \frac{0.18}{1.10} = \frac{18}{110} = \frac{9}{55}$ ...(1)

और $\frac{PE}{FR} = \frac{0.36}{2.20} = \frac{36}{220} = \frac{9}{55}$ ...(2)

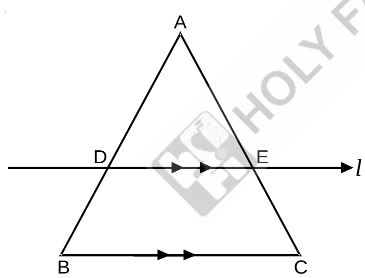
(1) और (2) से, $\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$

$\therefore$ आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से

$$EF \parallel QR$$

अथवा

हल : दिया है : ΔABC में, D, AB का मध्य-बिंदु है अर्थात् AD = DB है। BC के समांतर रेखा AB को E पर प्रतिच्छेद करती है जैसा कि आकृति में दिखाया गया है अर्थात् DE $\parallel$ BC है।



सिद्ध करना है : E, AC का मध्य-बिन्दु है।

उपपत्ति : D, AB का मध्य-बिन्दु है।

अर्थात् AD = DB (दिया है)

$$\frac{AD}{DB} = 1 \quad ...(1)$$

पुनः ΔABC में, DE $\parallel$ BC

$$\therefore \quad \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

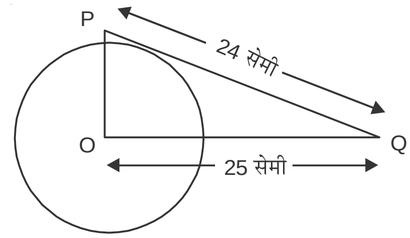
[आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से]

$$\therefore \quad 1 = \frac{AE}{EC} \quad [(1) \text{ से}]$$

$\therefore$ AE = EC

$\therefore$ E, AC का मध्य-बिंदु है।

23. एक वृत्त जिसका केंद्र O है। बाह्य बिंदु Q से स्पर्श रेखा PQ की लंबाई 24 cm तथा Q की केंद्र से दूरी OQ = 25 सेमी है।



$\therefore$ $\angle QPO = 90°$

अब, समकोण ΔOPQ में, पाइथागोरस प्रमेय से,

$$OQ^2 = PQ^2 + OP^2$$

या $(25)^2 = (24)^2 + OP^2$

या $625 = 576 + OP^2$

या $OP^2 = 625 - 576$

या $OP^2 = 49 = (7)^2$

या $OP = 7$

अत: वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी है। **उत्तर**

24. निम्नलिखित के मान निकालिए :

$2 \tan^2 45° + \cos^2 30° - \sin^2 60°$.

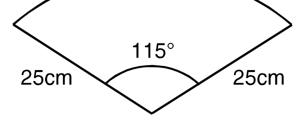
हल: दिया है :

$$2 \tan^2 45° + \cos^2 30° - \sin^2 60°$$
$$= 2 (\tan 45°)^2 + (\cos 30°)^2 - (\sin 60°)^2$$
$$= 2\,(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 2$$

25. पत्ती की लंबाई (R) = 25 cm

त्रिज्यखंड का कोण (θ) = 115°

वाइपर त्रिज्यखंड के रूप में घूमता है।



त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल

= एक पत्ती द्वारा घूमा गया क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi R^2 \theta}{360}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{115}{360} \times 25 \times 25$$

$$= 627.48$$

वाइपर की दो पत्तियों द्वारा घूमा गया क्षेत्रफल

= 2 त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल

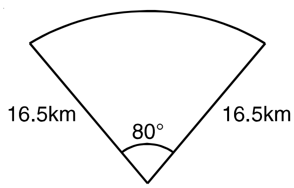
$= 2 \times 627{\cdot}48$

$= 1254{\cdot}96 \text{ cm}^2$ **उत्तर**

अथवा

हल : त्रिज्यखंड कोण $(\theta) = 80°$

त्रिज्यखंड की त्रिज्या $(R) = 16.5$ km



समुद्र के उस भाग का क्षेत्रफल जिसमें जहाज़ों को चेतावनी दी जा सके

$$\text{त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल} = \frac{\pi R^2 \theta}{360}$$

$$= \frac{3.14 \times 16.5 \times 16.5 \times 80}{360}$$

$$= 189.97 \text{ km}^2$$

समुद्र के उस भाग का क्षेत्रफल जिसमें जहाज़ों को चेतावनी दी जा सके = 189.97 km^2 **उत्तर**

खण्ड—ग

खण्ड—ग में 3 अंकों के 6 प्रश्न हैं।

26. हम इसके विपरीत मान लेते हैं कि $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है। इसलिए हम दो पूर्णांक r और s ऐसे ज्ञात कर सकते हैं $(\neq 0)$ जिससे कि $\sqrt{2} = \frac{r}{s}$ हो, जहाँ $(s \neq 0)$ है।

मान लीजिए r और s के, 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखंड है। तब हम उभयनिष्ठ गुणनखंड से विभाजित करके $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ प्राप्त करते हैं, जहाँ a और b सहअभाज्य हैं। इसलिए $b\sqrt{2} = a$.

दोनों पक्षों का वर्ग करके पुनर्व्यवस्थित करने पर हम प्राप्त करते हैं : $2b^2 = a^2$.

अत: 2, a^2 को विभाजित करता है। इसलिए प्रमेय 1.3 के अनुसार 2, a को विभाजित करता है।

इसलिए, हम $a = 2c$, जहाँ c कोई पूर्णांक है, लिख सकते हैं।

a का मान प्रतिस्थापित करने पर हम प्राप्त करते हैं : $2b^2 = 4c^2$ अर्थात् $b^2 = 2c^2$.

इसका अर्थ है 2, b^2 को विभाजित करता है, इसलिए $2b$ को भी विभाजित करता है। इसलिए 2, b को विभाजित करता है। (पुन: प्रमेय 1.3 द्वारा $p = 2$ लेकर)

इसलिए a और b में कम-से-कम उभयनिष्ठ एक गुणनखंड 2 है।

परंतु यह इस कल्पना का विरोधाभास है कि a और b का 1 के अतिरिक्त कोई अन्य गुणनखंड नहीं है।

यह विरोधाभास इस कारण है कि हमने यह कल्पना की है कि $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है।

अत:, हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

27. दी गई द्विघात बहुपद हैं

$$4s^2 - 4s + 1$$
$$= 4s^2 - 2s - 2s + 1 \qquad \left| \begin{array}{l} S = -4 \\ P = 4 \times 1 = 4 \end{array} \right.$$
$$= 2s(2s-1) - 1(2s-1)$$
$$= (2s - 1)(2s - 1)$$

$4s^2 - 4s + 1$ का मान शून्य है।

यदि $(2s - 1) = 0$ या $(2s - 1) = 0$

यदि $s = \frac{1}{2}$ या $s = \frac{1}{2}$

अत: $4s^2 - 4s + 1$ के शून्यक $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{2}$ हैं। **उत्तर**

$$\text{अब शून्यकों का योग} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 = \frac{-(-4)}{4}$$

$$= \frac{-s \text{ का गुणांक}}{s^2 \text{ का गुणांक}}$$

$$\text{शून्यकों का गुणनफल} = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$$

$$= \frac{\text{अचर पद}}{s^2 \text{ का गुणांक}}$$

अत:, शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध का सत्यापन किया जाता है।

28. मान लीजिए भिन्न का अंश = x

भिन्न का हर = y

$\therefore$ अभीष्ट भिन्न = $\frac{x}{y}$

पहली शर्त के अनुसार,

$$\frac{x+1}{y-1} = 1$$

या $\quad x + 1 = y - 1$

या $\quad x - y + 2 = 0 \qquad \ldots(1)$

दूसरी शर्त के अनुसार,

$$\frac{x}{y+1} = \frac{1}{2}$$

या $\quad 2x = y + 1$

या $\quad 2x - y - 1 = 0 \quad \ldots(2)$

अब, (2) – (1) से प्राप्त होता है

$$\begin{aligned} 2x - y - 1 &= 0 \\ x - y + 2 &= 0 \\ - \quad + \quad - & \\ \hline x \quad\quad - 3 &= 0 \end{aligned}$$

या $\quad x = 3$

x का यह मान (2) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$2 \times 3 - y - 1 = 0$

या $\quad 6 - y - 1 = 0$

या $\quad 5 - y = 0$

या $\quad y = 5$

अतः, अभीष्ट भिन्न $\frac{3}{5}$ है। **उत्तर**

अथवा

मान लीजिए जैकब की वर्तमान आयु = x वर्ष

और जैकब के बेटे की वर्तमान आयु = y वर्ष

पाँच वर्ष पश्चात्

जैकब की आयु = $(x + 5)$ वर्ष

उसके पुत्र की आयु = $(y + 5)$ वर्ष

पहली शर्त अनुसार,

$x + 5 = 3(y + 5)$

या $\quad x + 5 = 3y + 15$

या $\quad x = 3y + 15 - 5$

या $\quad x = 3y + 10 \quad \ldots(1)$

पाँच वर्ष पहले

जैकब की आयु = $(x - 5)$ वर्ष

उसके पुत्र की आयु = $(y - 5)$ वर्ष

दूसरी शर्त अनुसार,

$x - 5 = 7(y - 5)$

या $\quad x - 5 = 7y - 35$

या $\quad x - 7y = -35 + 5$

या $\quad x - 7y = -30$

x का यह मान समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$3y + 10 - 7y = -30$

या $\quad -4y = -30 - 10$

या $\quad -4y = -40$

या $\quad y = 10$

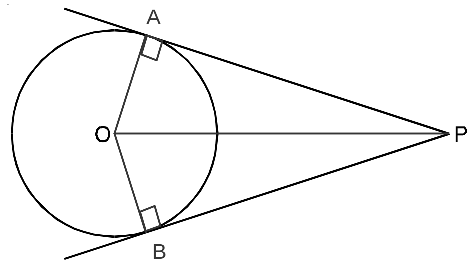
y का यह मान समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$$\begin{aligned} x &= 3(10) + 10 \\ &= 30 + 10 = 40 \end{aligned}$$

अतः, जैकब और उसके पुत्र की आयु क्रमशः 40 वर्ष और 10 वर्ष है। **उत्तर**

29. दी गई आकृति में OA त्रिज्या है और AP वृत्त पर स्पर्श रेखा है।

$\therefore \angle OAP = 90°$



इसी प्रकार, $\angle OBP = 90°$

अब समकोण ΔPAO और ΔPBO में,

$\angle PAO = \angle PBO = 90°$

$OP = OP$ (उभयनिष्ठ भुजा)

$OA = OB$ (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ)

$\therefore \quad \Delta PAO \cong \Delta PBO$ [RHS सर्वांगसमता]

$\therefore \quad \angle AOP = \angle BOP$

या $\quad \angle AOP = \angle BOP = \frac{1}{2}\angle AOB \quad \ldots(1)$

साथ ही, चतुर्भुज OAPB में,

$\angle OBP + \angle BPA + \angle PAO + \angle AOB = 360°$

$90° + 80° + 90° + \angle AOB = 360°$

$\angle AOB = 360° - 260°$

$\angle AOB = 100° \quad \ldots(2)$

(1) और (2) से, हमें प्राप्त होता है

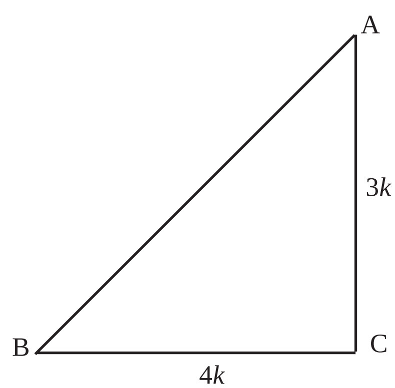
$\angle AOP = \angle BOP$

$= \frac{1}{2} \times 100° = 50°$. **उत्तर**

30. सबसे पहले हम एक समकोण ABC खींचेंगे

अब, हम जानते हैं कि tan A = आधार/ लंब =

BC/AB = $\frac{3}{4}$



अतः यदि BC = $3k$ तथा AB = $4k$, जहाँ k k कोई धन संख्या है।

पायथागोरस प्रमेय के अनुसार :

कर्ण^2 = लंब^2 + आधार^2

कर्ण = $\sqrt{(3k)^2+(4k)^2} = \sqrt{9k^2+16k^2} = \sqrt{25k^2} = 5k$

अब, sin A, cos A हैं

$\sin A = \frac{\text{लंब}}{\text{कर्ण}} = \frac{3k}{5k} = \frac{3}{5}$

$\cos A = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}} = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}$

$\sin A = \frac{3}{5}, \cos A = \frac{4}{5}$

अथवा

L.H.S. $= (\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta)^2$

$= \left(\frac{1}{\sin\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$

$= \left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2 = \frac{(1-\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}$

$= \frac{(1-\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta}$

$(\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta)$

$= \frac{(1-\cos\theta)^2}{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}$

$[\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$

$= \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$ = R.H.S.

$(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta)^2 = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$

अत: L.H.S. = R.H.S.

31. लाल गेंदों की संख्या = 3

काली गेंदों की संख्या = 5

गेंदों की कुल संख्या = 3 + 5 = 8

एक गेंद यादृच्छया निकाली गई है

(*i*) लाल गेंद प्राप्त करने की प्रायिकता

$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की कुल संख्या}}$

P (लाल गेंद) = $\frac{3}{8}$ **उत्तर**

(*ii*) लाल गेंद न प्राप्त करने की प्रायिकता

= 1 – P (लाल गेंद)

$= 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ **उत्तर** $[P(\bar{A}) = 1 - P(E)]$

खण्ड—घ

खण्ड-घ में 5 अंकों के 4 प्रश्न हैं।

32. मान लीजिए रेलगाड़ी की समान चाल = x किमी/घंटा

रेलगाड़ी द्वारा तय की गई दूरी = 360 किमी

रेलगाड़ी द्वारा लिया गया समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$ $\left(\because \text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}\right)$

$= \frac{360}{x}$ घंटे

रेलगाड़ी की बढ़ी हुई चाल = $(x + 5)$ किमी/घंटा

$\therefore$ बढ़ी हुई चाल से रेलगाड़ी द्वारा लिया गया समय

$= \frac{360}{x+5}$ घंटे

प्रश्न अनुसार,

$\frac{360}{x} - \frac{360}{x+5} = 1$

या $\frac{360(x+5) - 360x}{x(x+5)} = 1$

या $\frac{360x + 1800 - 360x}{x^2 + 5x} = 1$

या $1800 = x^2 + 5x$

या $x^2 + 5x - 1800 = 0$

इसकी तुलना $ax^2 + bx + c = 0$ से करने पर,

$\therefore$ $a = 1, b = 5, c = -1800$

और $b^2 - 4ac = (5)^2 - 4 \times 1 \times (-1800)$

$= 25 + 7200$

$= 7225 > 0$

$\therefore$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$= \frac{-5 \pm \sqrt{7225}}{2 \times 1}$

$= \frac{-5 \pm 85}{2}$

$= \frac{-5+85}{2}$ और $\frac{-5-85}{2}$

$= \frac{80}{2}$ और $\frac{-90}{2}$

= 40 और – 45

$\therefore$ किसी रेलगाड़ी की चाल ऋणात्मक नहीं हो सकती।

इसलिए हम $x = -45$ को छोड़ देते हैं।

$\therefore \quad x = 40$

अतः, रेलगाड़ी की चाल = 40 किमी/घंटा। **उत्तर**

अथवा

माना धारा की चाल = x किमी/घंटा

इसलिए धारा के प्रतिकूल नाव की चाल = $(15 - x)$ किमी/घंटा

और धारा के अनुकूल नाव की चाल = $(15 + x)$ किमी/घंटा

धारा के प्रतिकूल लिया गया समय $= \dfrac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \dfrac{30}{15 - x}$ घंटे

इसी प्रकार धारा के अनुकूल लिया गया समय $= \dfrac{30}{15 + x}$ घंटे

प्रश्नानुसार, $\dfrac{30}{15 - x} + \dfrac{30}{15 + x}$ = 4 घंटे 30 मिनट $= \dfrac{9}{2}$ घंटे

अर्थात् $30(15 + x) + 30(15 - x) = \dfrac{9}{2}(15 + x)(15 - x)$

अर्थात् $450 + 30x + 450 - 30x = \dfrac{9}{2}(225 - x^2)$

अर्थात् $2 \times 900 = 2025 - 9x^2$

अर्थात् $1800 = 2025 - 9x^2$

अर्थात् $9x^2 = 225 \Rightarrow x^2 = 25, x = \pm 5$

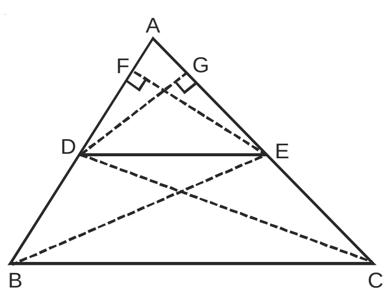
क्योंकि जल की चाल शून्य नहीं हो सकती।

अतः मूल $x = -5$ छोड़ देते हैं। इसलिए $x = 15$ हम प्राप्त करते हैं। इसलिए जल की चाल 15 किमी/घंटा **उत्तर**

33. **दिया है :** एक ΔABC जिसमें भुजा BC के समांतर एक रेखा DE खींची गई है।

सिद्ध करना है : $\dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$.

रचना : DC और BE को मिलाओ और E से $EF \perp AB$ और D से $DG \perp AC$ खींचो।



उपपत्ति : ΔADE और ΔDEB में,

$$\text{ar}(\Delta ADE) = \frac{1}{2}.AD.EF$$

और $\quad \text{ar}(\Delta BDE) = \dfrac{1}{2}DB.EF$

$$\therefore \quad \frac{\text{ar}(\Delta ADE)}{\text{ar}(\Delta BDE)} = \frac{\frac{1}{2}.AD.EF}{\frac{1}{2}.DB.EF} = \frac{AD}{DB}$$

$$\frac{\text{ar}(\Delta ADE)}{\text{ar}(\Delta BDE)} = \frac{AD}{DB} \qquad \text{... (1)}$$

इसी तरह, ΔADE और ΔCDE में,

$$\frac{\text{ar}(\Delta ADE)}{\text{ar}(\Delta CDE)} = \frac{AE}{EC} \qquad \text{... (2)}$$

क्योंकि, दोनों त्रिभुजें ΔBDE और ΔCDE एक ही आधार DE और समांतर रेखाओं DE और BC के बीच में है, का क्षेत्रफल समान है।

$$\text{ar}(\Delta BDE) = \text{ar}(\Delta CDE) \qquad \text{... (3)}$$

$$\frac{\text{ar}(\Delta ADE)}{\text{ar}(\Delta BDE)} = \frac{AD}{DB}$$

$$\text{ar}(\Delta BDE) = \text{ar}(\Delta CDE)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\text{ar}(\Delta ADE)}{\text{ar}(\Delta CDE)} = \frac{AD}{BD} \qquad \text{... (4)}$$

$\therefore$ (2) और (4) से,

$$\frac{\text{ar}(\Delta ADE)}{\text{ar}(\Delta CDE)} = \frac{AE}{EC}$$

तथा $\quad \dfrac{\text{ar}(\Delta ADE)}{\text{ar}(\Delta CDE)} = \dfrac{AD}{BD}$

अतः, $\quad \dfrac{AD}{DB} = \dfrac{AE}{EC}$

यह आधारभूत समानुपातिकता थेल्स प्रमेय है।

34. मान लीजिए घन की प्रत्येक भुजा = a सेमी

प्रत्येक घन का आयतन = 64 सेमी^{3}

$\therefore \quad a^3 = 64 = (4)^3$

$\Rightarrow \quad a = 4$ सेमी

प्राप्त घनाभ की लम्बाई $(l) = a + a = 2a$

$= 2 \times 4$ सेमी = 8 सेमी

प्राप्त घनाभ की चौड़ाई $(b) = a = 4$ सेमी

प्राप्त घनाभ की ऊंचाई $(h) = a = 4$ सेमी

प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb + bh + hl)$

$= 2(8 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 8)$ सेमी^{2}

$= 2(32 + 16 + 32)$ सेमी^{2}

$= 2(80)$ सेमी^{2}

$= 160$ सेमी^{2} **उत्तर**

अथवा

गुलाब जामुन बेलन के आकार का है जिसके दोनों सिरे अर्धगोलाकार हैं।

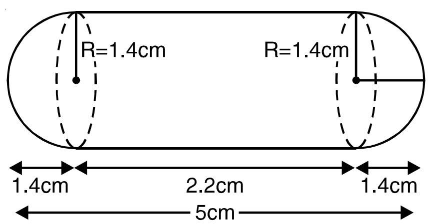
बेलन का व्यास = अर्धगोले का व्यास

= 2.8 cm

बेलन की त्रिज्या = अर्धगोले की त्रिज्या (R)

$= \frac{2.8}{2} = 1.4$ cm

R = 1.4 cm



बेलनाकार भाग की ऊँचाई

= 5 – 1.4 – 1.4

= (5 – 2.8) cm

= 2.2 cm.

एक गुलाब जामुन का आयतन

= बेलन का आयतन + 2 [अर्धगोले का आयतन]

$= \pi R^2 H + 2\left[\frac{2}{3}\pi R^3\right]$

$= \pi R^2\left[H + \frac{4}{3}R\right]$

$= \frac{22}{7} \times 1.4 \times 1.4\left[2.2 + \frac{4}{3} \times 1.4\right]$

$= \frac{22}{7} \times \frac{14}{10} \times \frac{14}{10}\left[2.2 + \frac{4}{3} \times 1.4\right]$

$= \frac{22}{7} \times \frac{196}{100}\left[2.2 + \frac{5.6}{3}\right]$

$= \frac{22 \times 28}{100}\left[\frac{12.2}{3}\right]$ cm^3

एक गुलाब जामुन का आयतन

$= \frac{22 \times 28 \times 122}{3 \times 1000}$ cm^3

अब 45 गुलाब जामुनों का आयतन

$= \frac{45 \times 22 \times 23 \times 122}{3 \times 1000}$ cm^3

= 1127.28 cm^3

∴ चीनी की चाशनी का आयतन

= 45 गुलाब जामुनों के आयतन का 30%

$= \frac{30 \times 1127.28}{100}$

= 338.184 cm^3

चीनी की चाशनी की लगभग मात्रा = 338 cm^3. **उत्तर**

35.

दैनिक मज़दूरी (₹ में)	**श्रमिकों की संख्या (f_i)**	**वर्ग चिह्न (x_i)**	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$ **या** $u_i = \frac{x_i - 150}{20}$	$f_i u_i$
100–120	12	110	– 2	– 24]–34
120–140	14	130	– 1	–14
140–160	8	150	0	0
160–180	6	170	1	6]26
180 – 200	10	190	2	20
योग	$\Sigma f_i = 50$			$\Sigma f_i u_i = -12$

उपरोक्त आँकड़ों से,

कल्पित मान (a) = 150

और वर्ग माप (h) = 20

$$\bar{u} = \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} = \frac{-12}{50} = -0.24$$

सूत्र प्रयोग करने पर,

माध्य $(\overline{X}) = a + h\bar{u}$

= 150 + (20) (– 0.24)

= 150 – 4.8 =145.2

अत: फैक्टरी के श्रमिकों की माध्य दैनिक मज़दूरी ₹ 145.20. **उत्तर**

खण्ड—ङ

प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न

36. (*i*) प्रत्येक पंक्ति में रखे गए लट्ठों की संख्या एक समांतर श्रेणी (A.P) बनाती है।

पहली पंक्ति में लट्ठों की संख्या $a_1 = 20$

दूसरी पंक्ति में लट्ठों की संख्या $a_2 = 19$

तीसरी पंक्ति में लट्ठों की संख्या $a = 18$

अत : 20, 19, 18, ... एक A.P है।

(*ii*) समांतर श्रेणी में सार्व अंतर (*d*) निकालने का सूत्र :

$d = a_2 - a_1 = 19 - 20 = -1$

अत: इस A.P. का सार्व अंतर –1 है।

(*iii*) यहाँ, कुल लट्ठों की संख्या $S_n = 200$ दी गई है। हमें *n* पंक्तियों की संख्या ज्ञात करनी है।

समांतर श्रेणी के पहले *n* पदों को योगफल Sn का सूत्र है:

$$\text{Sn} = \frac{n}{2} \times [2a + (n-1) \times d]$$

यहाँ, $S_n = 200$ (कुल लट्ठों की संख्या)

$a = 20$ (प्रथम पद),

$d = -1$ (सार्व अंतर)

अब S_n सूत्र में मानों को प्रतिस्थापित करने पर:

$200 = n/2 \times [2 \times 20 + (n+1) \times (-1)]$

$200 = n/2 \times [40 \times (1 + n)]$

$200 = n/2 \times [41 + n]$

$n^2 - 41n + 400 = 0$

अब, द्विघातीय समीकरण $n^2 - 41n + 400 = 0$ के मूल निकालने के लिए हम Discriminant सूत्र का उपयोग करेंगे :

$D = b^2 - 4ac = (-41)^2 - 4 \times 1 \times 400 = 1681 - 1600 = 81$

$$N = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$N = \frac{-(-41) \pm \sqrt{81}}{2 \times 1} = \frac{41 \pm 9}{2}$$

अब दो मूल है:

पहला मूल : $\frac{41+9}{2} = \frac{50}{2} = 25$

दूसरा मूल : $\frac{41-9}{2} = \frac{32}{2} = 16$

अत: 200 लट्ठे 16 या 25 पंक्तियों में रखे गए हैं।

वैकल्पिक प्रश्न : सबसे ऊपरी पंक्ति में कितने लट्ठे हैं?

समांतर श्रेणी के n वें (अंतिम) पद का सूत्र :

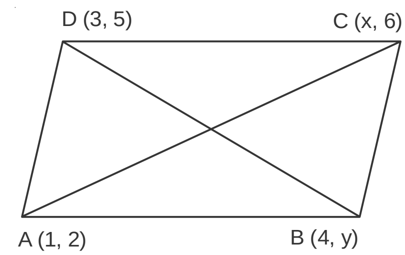
$a_n = a + (n-1) \times d$

$a_{16} = 20 + (16-1) \times (-1) = 20 - 15 = 5$

अत: यदि n = 16 है तो, सबसे ऊपरी पंक्ति में 5 लट्ठे होंगे।

37. मान लीजिए समांतर चतुर्भुज ABCD के शीर्ष हैं :

A (1, 2) ; B (4, *y*) ; C (*x*, 6) और D (3, 5) परंतु समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित होते हैं।



स्थिति I : जब E, A (1, 2) और C (*x*, 6) का मध्य-बिंदु हो।

∴ E के निर्देशांक हैं

$$E = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{6+2}{2}\right)$$

$$E = \left(\frac{x+1}{2}, 4\right) \quad ...(1)$$

स्थिति II : जब E, B (4, *y*) और D (3, 5) का मध्य-बिंदु है।

∴ E के निर्देशांक हैं :

$$E = \left(\frac{3+4}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$

$$E = \left(\frac{7}{2}, \frac{5+y}{2}\right) \quad ...(2)$$

परंतु (1) और (2) में E के मान समान हैं, इसलिए निर्देशांकों की तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है

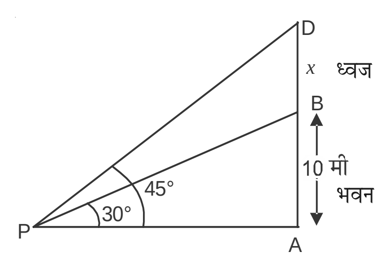
$$\frac{x+1}{2} = \frac{7}{2} \text{ और } 4 = \frac{5+y}{2}$$

या $x + 1 = 7$ या $8 = 5 + y$

या $x = 6$ या $y = 3$

अत: *x* और *y* के मान 6 और 3 हैं। **उत्तर**

38. आकृति में, AB भवन की ऊँचाई प्रकट करता है, BD ध्वज दंड प्रकट करता है और P दिया हुआ बिंदु प्रकट करता है।



समकोण ΔPAB में,

$$\frac{AB}{AP} = \tan 30°$$

अर्थात् $\frac{10}{AP} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow$ $AP = 10\sqrt{3}$

अर्थात् P से भवन की दूरी = $10\sqrt{3}$ मी

$= 10 \times 1.732$

$= 17.32$ मी **उत्तर**

मान लीजिए DB = x मी है तब AD = AB + BD = $(10 + x)$ मी

अब समकोण ΔPAD, में $\frac{AD}{AP} = \tan 45°$

$\therefore \quad \frac{10+x}{10\sqrt{3}} = 1$

$\Rightarrow \quad 10 + x = 10\sqrt{3}$

$\Rightarrow \quad x = 10\sqrt{3} - 10 = 10(\sqrt{3}-1)$

$= 10(1.732 - 1)$

$= 10 \times 0.732 = 7.32$

अतः, ध्वज दंड की लंबाई 7.32 मी है। **उत्तर**

(*i*) $\tan 30° = \frac{AB}{AP} = \frac{10}{10\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(*ii*) $\tan 45° = \frac{AD}{AP}$

$= \frac{10+x}{10-\sqrt{3}} = \frac{10+7.32}{10\times 0.732}$

$= \frac{17.32}{17.32} = 1$

$\tan 45° = 1$

अथवा

ध्वज की लंबाई = BD = x

= 7.32 मी॰

Holy Faith New Style Sample Paper(Solved)–2

(Based on the Latest Design & Syllabus Issued by CBSE)

CLASS—10th

Mathematics (Basic)

समय : 3 घंटे **पूर्णांक : 80**

निर्देश : इसके लिये *Holy Faith New Style Sample Paper* –1 देखें।

खण्ड—क

खण्ड-क में 1 अंक के 20 प्रश्न हैं।

1. (C) xy^2.

2. (C) $2+\sqrt{3}$.

3. (C) $\frac{-5}{2}$.

4. (C) – 77.

5. (D) ± 4.

6. (D) (1, 3).

7. (C) S.S.S.

8. (A) 7 सेमी

9. (B) 50°.

10. (A) cos 60°.

11. (B) $\frac{24}{7}$.

12. (A) 1

13. (C) 9 सेमी

14. (A) 0.97.

15. (D) $(x, 0)$.

16. (B) 8.1.

17. (A) (–7, 0).

18. (C) 3.

19. (*c*) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है।

20. (*c*) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है।

खण्ड—ख

खण्ड—ख में 2 अंकों के 5 प्रश्न हैं।

21. दिए गए समीकरण हैं :

$$3x - y = 3 \quad ...(1)$$
$$x - y = 4 \quad ...(2)$$

समीकरण (1) में से समीकरण (2) को घटाने पर

$$\begin{array}{rl} 3x - y &= 3 \\ x - y &= 4 \\ - \quad + & \quad - \\ \hline 2x \quad & = -1 \end{array}$$

$$\because \quad x = -\frac{1}{2}$$

x का यह मान समीकरण (1) में रखने पर,

$$3\left(-\frac{1}{2}\right) - y = 3$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{3}{2} - y = 3$$

$$y = \frac{-3}{2} - 3 = \frac{-3-6}{2} = \frac{-9}{2}$$

$$\therefore \quad x = -\frac{1}{2},\ y = \frac{-9}{2}$$ **उत्तर**

22. PE = 4 सेमी॰, QE = 4.5 सेमी॰,
PF = 8 सेमी॰, RF = 9 सेमी॰.

$$\frac{PE}{QE} = \frac{4}{4.5} = \frac{40}{45} = \frac{8}{9} \quad ...(1)$$

$$\frac{PF}{RF} = \frac{8}{9} \quad ...(2)$$

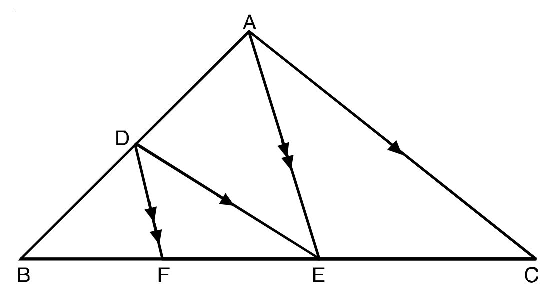
(1) और (2) से,

$$\frac{PE}{QE} = \frac{PF}{RF}$$

∴ आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से EF ∥ QR.

अथवा

ΔABE में,
DE ∥ AC (दिया है)



$$\therefore \quad \frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC} \quad ...(1)$$

[आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से]

ΔABE में,
DF ∥ AE

[आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से]

$$\frac{BD}{DA} = \frac{BF}{FC} \quad ...(2)$$

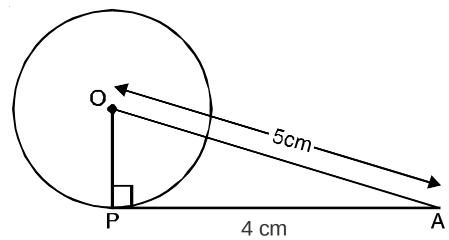
(1) और (2) से, प्राप्त करते हैं

$$\frac{BE}{EC} = \frac{BF}{FE}$$

अत: $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$

23. एक वृत्त जिसका केंद्र 'O' है और त्रिज्या OP है।

एक बिंदु A वृत्त के केंद्र O से 5 cm की उसकी दूरी पर है। PA = 4 cm वृत्त की स्पर्श रेखा है और OP त्रिज्या है।



$\therefore \quad \angle OPA = 90^\circ$

अब, समकोण ΔOPA में,

पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करने पर

$$OA^2 = OP^2 + PA^2$$
$$(5)^2 = OP^2 + (4)^2$$
$$25 = OP^2 + 16$$
$$OP^2 = 25 - 16 = 9$$
$$OP = 3 \text{ cm}$$

अत:, वृत्त की स्पर्श रेखा की लंबाई 3 cm है। **उत्तर**

24. $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 60^\circ$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \text{ उत्तर}$$

25. वृत्त की त्रिज्या $(r) = 6$ cm

$$\theta = 60^\circ$$

$$\text{त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल} = \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$$

$$= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \text{ cm}^2$$

$$= \frac{132}{7} \text{ cm}^2. \text{ उत्तर}$$

अथवा

वृत्त की परिधि = 22 cm

$$2\pi R = 22$$

$$R = \frac{22 \times 7}{2 \times 22} = \frac{7}{2} \text{ cm}$$

$$R = \frac{7}{2}$$

केंद्रीय कोण [चतुर्थांश] $(\theta) = 90^\circ$

$\therefore$ चतुर्थांश का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi R^2 \theta}{360} = \frac{\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 90}{360}$$

$$= \frac{77}{8} \text{ cm}^2$$

चतुर्थांश का क्षेत्रफल = 9.625 cm^2 **उत्तर**

<u>खण्ड—ग</u>

खण्ड—ग में 3 अंकों के 6 प्रश्न हैं।

26. हम इसके विपरीत मान लेते हैं कि $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

$b\ (\neq 0)$ अर्थात् हम दो पूर्णांक a और b ऐसे ज्ञात कर सकते हैं कि $\sqrt{3} = \frac{a}{b}$.

मान लीजिए a और b में, 1 के अतिरिक्त, कोई अन्य गुणनखंड है, तब हम उभयनिष्ठ गुणनखंड से विभाजित कर सकते हैं और मान लीजिए कि a और b सहअभाज्य है।

अत:, $b\sqrt{3} = a$.

दोनों पक्षों का वर्ग करने तथा पुनर्व्यवस्थित करने पर, हम प्राप्त करते हैं : $3b^2 = a^2$.

अत:, 3, a^2 को विभाजित करता है। इसलिए प्रमेय 1.3 द्वारा 3, a को भी विभाजित करता है।

इसलिए हम $a = 3c$ लिख सकते हैं, जहाँ c कोई पूर्णांक है।

a का मान प्रतिस्थापित करने पर हमें $3b^2 = 9c^2$, अर्थात् $b^2 = 3c^2$ प्राप्त होता है।

इसका अर्थ है कि 3, b^2 को विभाजित करता है और इसलिए 3, b को भी विभाजित करता है (प्रमेय 1.3 द्वारा $p = 3$ लेने पर)।

अत:, a और b में कम-से-कम एक उभयनिष्ठ गुणनखंड 3 है।

परंतु इससे इस तथ्य का विरोधाभास होता है कि a और b अविभाज्य हैं।

यह विरोधाभास हमें इस कारण प्राप्त हुआ है, क्योंकि हमने एक गलत कल्पना कर ली है कि $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

अत:, हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

27. दी गई द्विघात बहुपद हैं :

$$4u^2 + 8u = 4u\,(u + 2)$$

$4u^2 + 8u$ का मान शून्य है

यदि $\quad 4u = 0$ या $u + 2 = 0$

यदि $\quad u = 0$ या $u = -2$

अत:, $4u^2 + 8u$ के शून्यक 0 और -2 हैं। **उत्तर**

अब, शून्यकों का योग $= 0 + (-2)$

$$= -2 = \frac{-8}{4} = \frac{u \text{ का गुणांक}}{u^2 \text{ का गुणांक}}$$

शून्यकों का गुणनफल = (0) (– 2) = 0

$$= \frac{0}{4} = \frac{\text{अचर पद}}{u^2 \text{ का गुणांक}}$$

अतः, शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध को सत्यापित किया जाता है।

28. मान लीजिए नूरी की वर्तमान आयु = x वर्ष

सोनू की वर्तमान आयु = y वर्ष

पाँच वर्ष पहले

नूरी की आयु = $(x - 5)$ वर्ष

सोनू की आयु = $(y - 5)$ वर्ष

पहली शर्त अनुसार,

$x - 5 = 3(y - 5)$

या $x - 5 = 3y - 15$

या $x - 3y + 10 = 0$ ...(1)

दस वर्ष बाद

नूरी की आयु = $(x + 10)$ वर्ष

सोनू की आयु = $(y + 10)$ वर्ष

दूसरी शर्त के अनुसार,

$x + 10 = 2(y + 10)$

या $x + 10 = 2y + 20$

या $x - 2y - 10 = 0$ ...(2)

अब, समीकरण (1) – समीकरण (2) से प्राप्त होता है,

$$\begin{aligned} x - 3y + 10 &= 0 \\ x - 2y - 10 &= 0 \\ - \quad + \quad + & \\ \hline -y + 20 &= 0 \end{aligned}$$

या $-y = -20$

या $y = 20$

y का यह मान समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$x - 2(20) - 10 = 0$

या $x - 40 - 10 = 0$

या $x = 50$

अतः, नूरी की वर्तमान आयु = 50 वर्ष

सोनू की वर्तमान आयु = 20 वर्ष **उत्तर**

अथवा

हल : मान लीजिए

पहली संख्या = x

दूसरी संख्या = y

दिए गए अनुसार :

दो संख्याओं का अंतर 26 है :

$x - y = 26$ ... (1)

एक संख्या दूसरी संख्या की तीन गुनी है :

$x = 3y$ ... (2)

समीकरण (2) को (1) में प्रतिस्थापित करने पर :

$3y - y = 26,\ 2y = 26 \rightarrow y = 13$

अब, y = 13 को समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर:

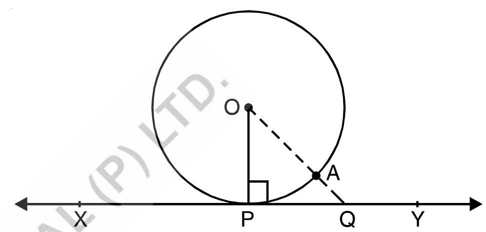
$x = 3 \times 13 = 39$

अत: पहली संख्या $x = 39$ है और दूसरी संख्या $y = 13$ है।

29. **दिया है :** एक वृत्त जिसका केंद्र O है। XY वृत्त की स्पर्श रेखा है जो वृत्त को P पर मिलती है।

सिद्ध करना है : त्रिज्या स्पर्श बिंदु पर स्पर्श रेखा पर लंब होती है।

अर्थात् OP ⊥ XY.



रचना : XY पर कोई बिंदु Q लीजिए जोकि वृत्त को बिंदु A पर मिले। OQ को मिलाइए।

उपपत्ति : वृत्त में, O केंद्र है और OP वृत्त की त्रिज्या है।

∵ Q वृत्त पर कोई बिंदु है।

∴ Q वृत्त के बाहर होगा और यह वृत्त को A पर मिलता है।

तब OA < OQ

परंतु OA = OP = वृत्त की त्रिज्या

∴ OP < OQ

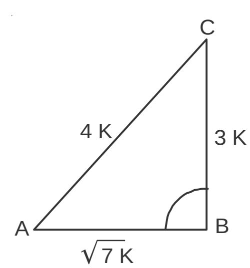
या OP केंद्र O और स्पर्श रेखा XY में सबसे कम दूरी है।

परंतु, उन सभी रेखाओं में से, जो स्पर्श रेखा पर खींची गई हैं, लंब सबसे छोटा होता है।

∴ OP ⊥ XY

अत: त्रिज्या स्पर्श रेखा पर लंब है।

30. दिए गए प्रश्न के अनुसार एक आकृति बनाएं



मान लीजिए ΔABC समकोण त्रिभुज है, जिसका बिंदु B समकोण है।

$\text{Sin A} = \dfrac{3}{4}$

अब, हम जानते हैं कि sin A = विपरीत भुजा/ कर्ण

अर्थात $\sin A = BC/AC = \dfrac{3}{4}$

मान लीजिए BC का मान 3k है। इसलिए कर्ण AC का मान 4k होगा, जहाँ k एक घनात्मक पूर्णांक है।

Δ ABC में पाइथागोरस परिमेय के अनुसार

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$(4k)^2 = AB^2 + (3k)^2$

$AB^2 = (4k)^2 - (3k)^2$

$AB^2 = 16k^2 - 9k^2$

$AB^2 = 7k^2$

$AB = k$

अब, cos A, tan A हैं

cos A = आधार/कर्ण $= AB/AC = \sqrt{7k} = 4k = \sqrt{7k}\ /4$

tan A = विपरीत भुजा/ आधार $= BC/AB = 3k/\sqrt{7k}\ 3/\sqrt{7k}$

इस प्रकार $\cos A = \sqrt{7/4}$ और $\tan A = 3/\sqrt{7}$

अथवा

$$\text{LHS} = \frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cot A} = \frac{\dfrac{\cos A}{\sin A} - \cos A}{\dfrac{\cos A}{\sin A} - \cos A}$$

$$= \frac{\cos A\left(\dfrac{1}{\sin A} - 1\right)}{\cos A\left(\dfrac{1}{\sin A} + 1\right)} = \frac{\left(\dfrac{1}{\sin A} - 1\right)}{\left(\dfrac{1}{\sin A} + 1\right)}$$

$$= \frac{\text{cosec } A - 1}{\text{cosec } A + 1} = \text{RHS}$$

31. लाल कंचों की संख्या = 5

सफेद कंचों की संख्या = 8

हरे कंचों की संख्या = 4

कंचों की कुल संख्या = 5 + 8 + 4 = 17

क्योंकि एक कंचा निकाला गया है

(*i*) लाल कंचे 5 हैं

लाल कंचा निकालने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संज़्या}}{\text{परिणामों की कुल संज़्या}}$$

$$= \frac{5}{17}$$

(*ii*) क्योंकि सफेद कंचे 8 हैं।

सफेद कंचा निकालने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संज़्या}}{\text{परिणामों की कुल संज़्या}}$$

$$= \frac{8}{17}$$

(*iii*) हरे कंचे 4 हैं।

हरा कंचा निकालने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संज़्या}}{\text{परिणामों की कुल संज़्या}}$$

$$= \frac{4}{17}$$

$\therefore$ हरा कंचा न निकालने की प्रायिकता

= 1 – हरा कंचा निकालने की प्रायिकता

$$= 1 - \frac{4}{17} = \frac{17-4}{17} = \frac{13}{17}$$

खण्ड—घ

खण्ड-घ में 5 अंकों के 4 प्रश्न हैं।

32. मान लीजिए रेलगाड़ी की समान चाल = x किमी/घंटा

रेलगाड़ी द्वारा तय की गई दूरी = 180 किमी

रेलगाड़ी द्वारा लिया गया समय $= \dfrac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$ $\left(\because \text{ चाल} = \dfrac{\text{दूरी}}{\text{समय}}\right)$

$$= \frac{180}{x} \text{ घंटे}$$

रेलगाड़ी की बढ़ी हुई चाल = $(x + 6)$ किमी/घंटा

$\therefore$ बढ़ी हुई चाल से रेलगाड़ी द्वारा लिया गया समय $= \dfrac{180}{x+6}$ घंटे

प्रश्न अनुसार,

$$\frac{180}{x} - \frac{180}{x+6} = 1$$

या $$\frac{180(x+6) - 180x}{x(x+6)} = 1$$

या $$\frac{\cancel{180x} + 1080 - \cancel{180x}}{x^2 + 6x} = 1$$

या $$1080 = x^2 + 6x$$

या $$x^2 + 6x - 1080 = 0$$

इसकी तुलना $ax^2 + bx + c = 0$ से करने पर,

$a = 1, b = 6, c = -1080$

$\therefore\ b^2 - 4ac = (6)^2 - 4 \times 1x - 1080$

$= 36 + 4320 = 4356 > 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-6 \pm \sqrt{4356}}{2 \times 1} = \frac{-6 \pm 66}{2}$$

$$= \frac{-6+66}{2} \text{ और } \frac{-6-66}{2}$$

$$= \frac{60}{2} \text{ और } \frac{-72}{2}$$

$$= 30 \text{ और } -36.$$

किसी रेलगाड़ी की चाल ऋणात्मक नहीं हो सकती। इसलिए हम $x = -36$ को छोड़ देते हैं।

$\therefore \quad x = 30$

अत: रेलगाड़ी की चाल = 30 किमी/घंटा। **उत्तर**

अथवा

मान लीजिए पहले मित्र की आयु = x वर्ष

और दूसरे मित्र की आयु = $(20 - x)$ वर्ष

चार वर्ष पूर्व,

पहले मित्र की आयु = $(x - 4)$ वर्ष

और दूसरे मित्र की आयु = $(20 - x - 4)$ वर्ष

$= (16 - x)$ वर्ष

उनका गुणनफल $= (x - 4)(16 - x)$

$= 16x - x^2 - 64 + 4x$

$= -x^2 - 20x - 64$

प्रश्न के अनुसार,

$$-x^2 + 20x - 64 = 48$$

या $\quad -x^2 + 20x - 64 - 48 = 0$

या $\quad -x^2 + 20x - 112 = 0$

या $\quad x^2 - 20x + 112 = 0 \qquad ...(1)$

इसकी तुलना $ax^2 + bx + c = 0$ से करने पर,

$\therefore \quad a = 1, b = -20, c = 112$

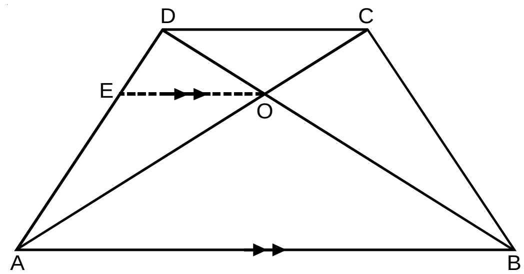
$$D = b^2 - 4ac$$
$$= (-20)^2 - 4 \times 1 \times 112$$
$$= 400 - 448$$
$$= -48 < 0$$

$\therefore$ मूल वास्तविक नहीं है।

इसलिए, x का कोई मान द्विघात समीकरण (1) को संतुष्ट नहीं कर सकता।

अत: दी गई स्थिति संभव नहीं है। **उत्तर**

33. हल : दिया है : चतुर्भुज ABCD में विकर्ण AC और BD परस्पर बिंदु O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है।



सिद्ध करना है : चतुर्भुज ABCD एक समलंब है।

रचना : 'O' में से रेखा EO ∥ AB खींचिए, जो AD को E पर मिलती है।

उपपत्ति : ΔDAB में,

$EO \parallel AB$

$\therefore \quad \frac{DE}{EA} = \frac{DO}{OB} \qquad ...(1)$

[आधारभूत समानुपातता प्रमेय के प्रयोग से]

परंतु $\quad \frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO} \qquad$ (दिया है)

या $\quad \frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$

या $\quad \frac{CO}{AO} = \frac{DO}{BO}$

$\Rightarrow \quad \frac{DO}{OB} = \frac{CO}{AO} \qquad ...(2)$

(1) और (2) से, $\frac{DE}{EA} = \frac{CO}{AO}$

$\therefore$ आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के प्रयोग से

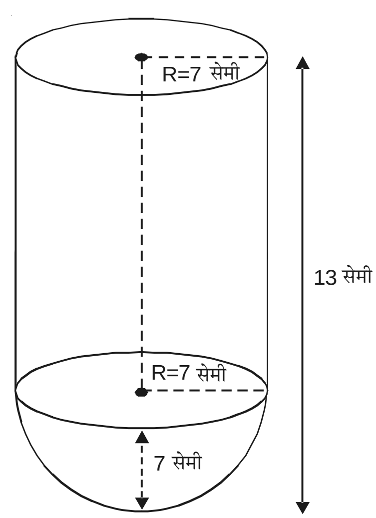
$EO \parallel DC$

साथ ही, $\quad EO \parallel AB$

$\Rightarrow \quad AB \parallel DC$

$\therefore$ चतुर्भुज ABCD एक समलंब है जिसमें AB ∥ CD.

34.



अर्द्धगोले का व्यास = बेलन का व्यास

= 14 सेमी

∴ 2R = 14 सेमी

अत: अर्द्धगोले की त्रिज्या (R) = 7 सेमी

बर्तन की कुल ऊँचाई = 13 सेमी

बेलन की ऊँचाई (H) = (13 –7) सेमी = 6 सेमी

बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल

= बेलन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल + अर्द्धगोले का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2\pi RH + 2\pi R^2$

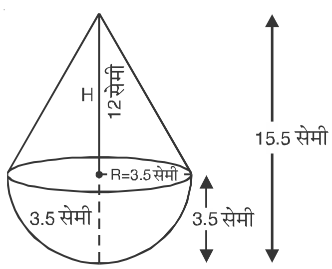
$= 2\pi R\,(H + R)$

$= 2\times\frac{22}{7}\times 7[6+7]$ सेमी^{2}

$= 44 \times 13$ सेमी^{2} = 572 सेमी^{2}

बर्तन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 572 सेमी^{2}। **उत्तर**

अथवा



शंकु की त्रिज्या = अर्द्धगोले की त्रिज्या (R)

= 3.5 सेमी

खिलौने की कुल ऊँचाई = 15.5 सेमी

∴ शंकु की ऊँचाई (H) = (15.5 – 3.5) = 12 सेमी

शंकु की तिर्यक ऊँचाई = $\sqrt{R^2 + H^2}$

$= \sqrt{(3.5)^2 + (12)^2}$

$= \sqrt{12.25 + 144}$

$= \sqrt{156.25}$ सेमी

शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 12.5 सेमी

बर्तन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल + अर्द्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= \pi RL + 2\pi R^2 = \pi R\,[L + 2R]$

$= \frac{22}{7}\times 3.5 \quad [12.5 + 2\,(3.5)]$

$= \frac{22}{7}\times 3.5\ [19.5]$ सेमी^{2}

$= \frac{1501.5}{7}$ सेमी^{2} = 214.5 सेमी^{2}

∴ बर्तन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 214.5 सेमी^{2}। **उत्तर**

35.

वर्ग अंतराल	बारंबारता (f_i)	संचयी बारंबारता (cf)
0–100	2	2
100–200	5	2 + 5 = 7
200–300	x	7 + x
300–400	12	7 + x + 12 = x + 19
400–500	17	x + 36
500–600	20	x + 56
600–700	y	$x + y + 56$
700–800	9	$x + y + 65$
800–900	7	$x + y + 72$
900–1000	4	$x + y + 76$
योग	100	

दिए गए आँकड़ों में $\Sigma f_i = n = 100$

∴ $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$

साथ ही, बंटन की माध्यिका = 525

जोकि वर्ग अंतराल 500 – 600 में स्थित है।

माध्यक वर्ग = 500 – 600

इसलिए, $l = 500, f = 20, cf = x + 36, h = 100$

सारणी से यह स्पष्ट है कि $x + y + 76 = 100$

या $x + y = 100 - 76 = 24$

या $x + y = 24$ ...(i)

अब सूत्र का प्रयोग करने पर, माध्यक

$$= l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right]\times h$$

$$525 = 500 + \left[\frac{50 - 36 - x}{20}\right]\times 100$$

या $525 - 500 = (14 - x) \times 5$

या $25 = 70 - 5u$

या $5x = 75 - 25 = 45$

अत: $x = \frac{45}{5} = 9$

इसलिए (i) से हमें प्राप्त होता है

$9 + y = 24$

$y = 24 - 9 = 15$

अत: $x = 9, y = 15$. **उत्तर**

<u>खण्ड—ङ</u>

प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न

36. जानकारी के आधार पर :

आरंभिक समय (a_1) = 51 सेकंड

प्रति दिन 2 सेकंड कम हो रहे हैं (सार्वांतर $d = -2$)

लक्ष्य समय (a_n) = 31 सेकंड

(*i*) यह एक समानांतर श्रेणी (Arithmetic Progression, A.P.) बनती है क्योंकि हर दिन दौड़ का समय समान अंतराल से कम हो रहा है।

(*ii*) सार्वांतर (ddd) = –2 सेकंड (क्योंकि हर दिन समय में 2 सेंकड की कमी हो रही है)

(*iii*) हम A.P का सामान्य सूत्र लगाकर यह पता करेंगे कि दौड़ का समय 31 सेकंड कब होगा :

$a_n = a_1 + (n - 1) \times \mathrm{d}$

यहाँ, $a_n = 31$, $a_1 = 51$, $d = -2$

समीकरण में इन मानों को भरने पर:

$31 = 51 + (n - 1) \times (-2)$

$31 = 51 - 2\,(n - 1)$

$-20 = -2\,(n - 1)$

$-20/-2 = n - 1$

$10 = n - 1$

$n = 11$

अत: उसे अपने लक्ष्य की प्राप्ति के लिए कम से कम 11 दिनों की आवश्यकता है।

अथवा

समीकरण $a_n = 2n + 3$ में $n = 5$ रखें:

$a_5 = 2 \times 5 + 3$

$= 10 + 3 = 13$

$a_5 = 13$

अत: इस A.P. का 5 वाँ पद 13 है।

37. **(*i*)** 2 ;

क्योंकि ग्राफ x–अक्ष को दो बिंदुओं पर काटता है। इसलिए शून्यकों की संख्या 2 है।

(*ii*) परवलय।

(*iii*) –2, 3 ;

क्योंकि ग्राफ x–अक्ष को –2 और 3 पर काटता है।

अथवा

$x^2 - x - 6$;

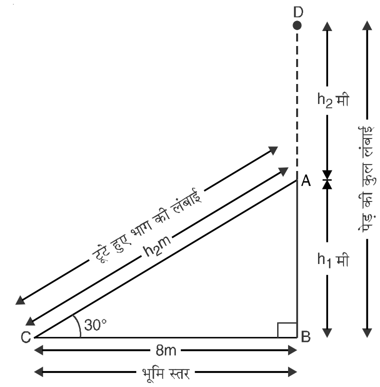
क्योंकि अभीष्ट बहुपद $= [x - (-2)]\,(x - 3)$

$= [x + 2]\,(x - 3)$

$= x^2 - x - 6.$

अथवा

38. मान लीजिए आँधी से पहले पेड़ की लंबाई BD है। आँधी के पश्चात् AD = AC = टूट गए पेड़ के भाग की लंबाई। आकृति में विभिन्न आयोजन दिखाए गए हैं।



समकोण ΔABC में,

$$\frac{AB}{BC} = \tan 30°$$

या $$\frac{h_1}{8} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

या $$h_1 = \frac{8}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{8}{3}\sqrt{3}\,\text{m} \quad ...(1)$$

साथ ही, $$\frac{BC}{AC} = \cos 30°$$

या $$\frac{8}{h_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

या $$h_2 = \frac{8 \times 2}{\sqrt{3}} = \frac{16}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$h_2 = \frac{16}{3}\sqrt{3} \quad ...(2)$$

(*i*) $$\tan 30° = \frac{BC}{AC} = \frac{8\sqrt{3}}{8} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

(*ii*) $$\cos 30° = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{8 \times 3}{16\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{3}{2\sqrt{3}} \times \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

अथवा

पेड़ की कुल लंबाई $= h_1 + h_2$

$$= \frac{8}{3}\sqrt{3} + \frac{16}{3}\sqrt{3}$$

[समीकरण (1) और समीकरण (2) के प्रयोग से]

$$= \left[\frac{8+16}{3}\right]\sqrt{3} = \frac{24}{3}\sqrt{3} = 8\sqrt{3}\text{ m}$$

अत:, पेड़ की ऊँचाई $8\sqrt{3}$ मी है। **उत्तर**

Holy Faith New Style Sample Paper–3

(Based on the Latest Design & Syllabus Issued by CBSE)

CLASS—10th

Mathematics (Basic)

समय : 3 घंटे **पूर्णांक : 80**

निर्देश : इसके लिये *Holy Faith New Style Sample Paper*—1 देखें।

खण्ड—क

खण्ड-क में 1 अंक के 20 प्रश्न हैं।

1. (C) x^4y^3.

2. (C) $2+\sqrt{3}$.

3. (B) दो।

4. (C) 22.

5. (B) (5, –2).

6. (A) (–7, 0).

7. (C) 2 सेमी।

8. (B) 7 सेमी।

9. (C) 55º

10. (A) sin 60°

11. (B) $\frac{13}{12}$

12. (A) 90º

13. (B) $2\pi r\,(r+h)$

14. (D) 0, 1.

15. (D) (7, 3).

16. (B) 3

17. (C) $\left(2, -\frac{5}{3}\right)$

18. (A) 6

19. (*b*) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R) अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।

20. (*c*) अभिकथन (A) सही है, परंतु तर्क (R) ग़लत है।

खण्ड—ख

खण्ड-ख में 2 अंकों के 5 प्रश्न हैं।

21. दी गई रैखिक समीकरण युग्म है :

$$\frac{3x}{2}-\frac{5y}{3} = -2$$

या $$\frac{9x-10y}{6} = -2$$

या $$9x - 10y = -12 \qquad ...(1)$$

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{2} = \frac{13}{6}$$

या $$\frac{2x+3y}{6} = \frac{13}{6}$$

या $$2x + 3y = \frac{13}{\cancel{6}} \times \cancel{6}^{\,1}$$

या $$2x + 3y = 13 \qquad ...(2)$$

(1) से, $$9x = 10y - 12$$

या $$x = \frac{10y-12}{9} \qquad ...(3)$$

x का यह मान समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$$2\left[\frac{10y-12}{9}\right]+3y = 13$$

या $$\frac{20y-24}{9}+3y = 13$$

या $$\frac{20y-24+27y}{9} = 13$$

या $$47y - 24 = 13 \times 9 = 117$$

या $$47y = 117 + 24 = 141$$

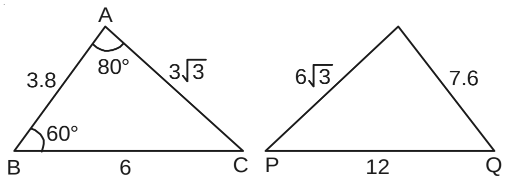
या $$y = \frac{141}{47} = 3$$

y का यह मान समीकरण (3), में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$$x = \frac{10\times 3-12}{9} = \frac{30-12}{9}$$

$$= \frac{18}{9} = 2$$

अत:, $x = 2$ और $y = 3$. **उत्तर**

22. 

In ΔABC and ΔRQR

$\angle B = \angle P$

$\angle P = \angle B$

$\Rightarrow \quad \angle B = 60°$

अथवा

दिया है : ΔABC में $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ है।

सिद्ध करना है : $\Delta ADE \sim \Delta ABC$

उपपत्ति : $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ (दिया है)

$AB = AC$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

$$\frac{AB}{AC} = 1 \qquad ...(1)$$

और $AE = AD$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

$$\frac{AE}{AD} = 1 \qquad ...(2)$$

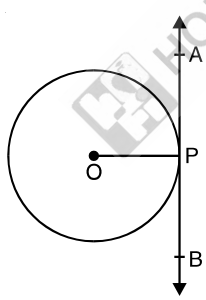
(1) और (2) से, $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AD}{AE}$

ΔADE और ΔABC में, $\dfrac{AD}{AE} = \dfrac{AB}{AC}$

$\angle A = \angle A$ (उभयनिष्ठ)

$\therefore \Delta ADE \sim \Delta ABC$ [SAS समरूपता कसौटी से]

23. **दिया है :** एक वृत्त जिसका केंद्र O है। AB इसकी स्पर्श रेखा है जो वृत्त को P पर मिलती है।



अर्थात् बिंदु P वृत्त का स्पर्श बिंदु है

सिद्ध करना है : स्पर्श बिंदु से स्पर्श रेखा पर खींचा गया लंब वृत्त के केंद्र से होकर जाता है।

रचना : OP को मिलाइए।

उपपत्ति : क्योंकि OP वृत्त की त्रिज्या है और AB वृत्त पर स्पर्श रेखा है जिसमें बिंदु P स्पर्श बिंदु है।

$\therefore \qquad \angle OPA = \angle OPB = 90°$

[$\because$ वृत्त के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या पर लंब होती है।]

या $\qquad OP \perp AB$

क्योंकि किसी वृत्त की त्रिज्या सदैव वृत्त के केंद्र से गुजरती है। अत:, स्पर्श बिंदु से स्पर्श रेखा पर खींचा गया लंब वृत्त के केंद्र से होकर जाता है।

24. $\tan(A + B) = \sqrt{3}$

$\therefore \quad \tan(A + B) = \tan 60°$

$\Rightarrow \quad (A + B) = 60° \qquad ...(1)$

$\tan(A - B) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \quad \tan(A - B) = \tan 30°$

$\Rightarrow \quad A - B = 30° \qquad ...(2)$

(1) और (2) को जोड़ने पर हम प्राप्त करते हैं :

$A + B = 60°$

$A - B = 30°$

$2A = 90°$

$\Rightarrow \quad A = \dfrac{90°}{2} = 45°$

A का यह मान (1) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$45° + B = 60°$

$\therefore \quad B = 60° - 45° = 15°$

अत: $\quad A = 45°, B = 15°$. **उत्तर**

25. वृत्त की त्रिज्या $(r) = 4$ सेमी

$\theta = 30°$

त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \dfrac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \dfrac{30}{360} \times 3.14 \times 4 \times 4$ सेमी^{2}

$= \dfrac{1}{12} \times \dfrac{314}{100} \times 4 \times 4$ सेमी^{2}

$= \dfrac{314}{75}$ सेमी^{2}. **उत्तर**

अथवा

हल : वृत्त की त्रिज्या (R) = 10 सेमी

केन्द्रीय कोण $(\theta) = 60°$

संगत त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \dfrac{\pi r^2 \theta}{360}$

$= 3.14 \times 10 \times 10 \times \dfrac{60}{360}$

$= \dfrac{157}{3}$ सेमी^{2} = 52.33 सेमी^{2} **उत्तर।**

खण्ड—ग

खण्ड-ग में 3 अंकों के 6 प्रश्न हैं।

26. मान लीजिए कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। इसलिए हम ऐसे

दो पूर्णांक r और s जहाँ $s \neq 0$ प्राप्त कर सकते हैं कि $\sqrt{5} = \frac{r}{s}$

मान लीजिए r और s के 1 के अतिरिक्त अन्य कुछ गुणनखंड हैं, तो हम उस उभयनिष्ठ गुणनखंड से भाग देकर प्राप्त कर सकते हैं :

$\sqrt{5} = \frac{a}{b}$ जहाँ a और b, $b \neq 0$ सहअभाज्य है।

$\Rightarrow \quad b\sqrt{5} = a$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$\Rightarrow \quad (b\sqrt{5})^2 = a^2$

$\Rightarrow \quad b^2(\sqrt{5})^2 = a^2$

$\Rightarrow \quad 5b^2 = a^2$

$\therefore$ 5, a^2 को विभाजित करता है। ...(1)

प्रमेय से यदि एक अभाज्य संख्या 'p', a^2 को विभाजित करता है, तो 'p', a जहाँ a एक पूर्णांक है, को भी विभाजित करता है।

$\Rightarrow$ 5, a को भी विभाजित करता है। ...(2)

अतः, $a = 5c$ जहाँ c कोई पूर्णांक है।

a का मान (1) में प्रतिस्थापित करने पर,

$$5b^2 = (5c)^2$$
$$5b^2 = 25c^2$$
$$b^2 = 5c^2$$

या $\quad 5c^2 = b^2$

$\Rightarrow$ 5, b^2 को विभाजित करता है।

$\because$ प्रमेय से यदि एक अभाज्य संख्या 'p', a^2 को विभाजित करता है, तो 'p', a जहाँ a एक पूर्णांक है, को भी विभाजित करता है।

$\Rightarrow$ 5, b को भी विभाजित करता है। ...(3)

(2) और (3) से, a और b का कम-से-कम एक उभयनिष्ठ गुणनखंड 5 है।

परंतु यह इस तथ्य का विरोधाभास है कि a और b अविभाज्य है अर्थात् इनके 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखंड हैं।

हमारी यह कल्पना कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। गलत है।

अतः $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। **उत्तर**

27. दी गई द्विघात बहुपद हैं,

$$t^2 - 15$$
$$= t^2 - \left(\sqrt{15}\right)^2$$
$$= \left(t - \sqrt{15}\right)\left(t + \sqrt{15}\right)$$

$t^2 - 15$ का मान शून्य है।

यदि $\quad t - \sqrt{15} = 0$ या $t + \sqrt{15} = 0$

यदि $\quad t = \sqrt{15}$ या $t = -\sqrt{15}$

अतः $t^2 - 15$ के शून्यक $-\sqrt{15}$ और $\sqrt{15}$ है। **उत्तर**

अब, शून्यकों का योग $= -\sqrt{15} + \sqrt{15}$

$$= 0 = \frac{0}{1}$$
$$= \frac{-t \text{ का गुणांक}}{t^2 \text{ का गुणांक}}$$

शून्यकों का गुणनफल $= \left(-\sqrt{15}\right)\left(\sqrt{15}\right)$

$$= -15 = \frac{-15}{1}$$
$$= \frac{\text{अचर पद}}{t^2 \text{ का गुणांक}}$$

अतः, शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध को सत्यापित किया जाता है।

28. मान लीजिए एक बल्ले की कीमत = x

एक गेंद की कीमत = y

अब, दी गई स्थितियों के आधार पर समीकरण बनाते हैं:

$7x + 6y = 3800$ ...(1)

$3x + 5y = 1750$ ...(2)

समीकरण 1 तथा 2 को हल करने पर :

$7x + 6y = 3800$

$3x + 5y = 1750$

समीकरण 1 को 5 से और समीकरण 2 को 6 से गुणा करें

$(7x + 6y)\ x\ 5 = 3800 \times 5$

$35x + 30y = 19000$ ...(3)

$(3x + 5y)\ x\ 6 = 1750 \times 6$

$18x + 30y = 10500$ ...(4)

अब, समीकरण (3) और (4) को घटाएँ :

$(35x + 30y) - (18x + 30y) = 19000 - 10500$

$35x - 18x = 8500$

$17x = 8500$

$x = 8500/17 = 500$

इसलिए, बल्ले की कीमत $x = 500$ है।

अब, $x = 500$ को समीकरण (i) में प्रतिस्थापित करने पर

$7 \times 500 + 6y = 3800$

$3500 + 6y = 3800$

$6y = 3800 - 3500$

$6y = 300$

$Y = 300/6$, $y = 50$ है।

अथवा

मान लीजिए इकाई का अंक = x

दहाई का अंक $= y$

$\therefore$ अभीष्ट संख्या $= 10y + x$

पहली शर्त के अनुसार,

$x + y = 9$ ...(1)

उल्टाने पर

इकाई का अंक $= y$

दहाई का अंक $= x$

$\therefore$ संख्या $= 10x + y$

दूसरी शर्त अनुसार,

$9[10y + x] = 2[10x + y]$

या $90y + 9x = 20x + 2y$

या $90y + 9x - 20x - 2y = 0$

या $-11x + 88y = 0$

या $x - 8y = 0$ ...(2)

अब, (2) – (1) से प्राप्त होता है

$$\begin{array}{r} x - 8y = 0 \\ x + y = 9 \\ -\quad - \quad\quad - \\ \hline -9y = -9 \\ y = 1 \end{array}$$

y का यह मान (2) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$x - 8 \times 1 = 0$

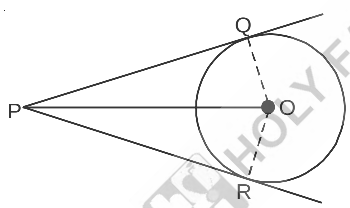
या $x = 8$

अत:, अभीष्ट संख्या

$= 10y + x$

$= 10 \times 1 + 8 = 18$. **उत्तर**

29. **दिया है :** केन्द्र O वाला एक वृत्त, वृत्त के बाहर का एक बिन्दु P तथा P से वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ PQ तथा PR दी गई है।



सिद्ध करना है : PQ = PR

रचना : OP, OQ और OR को मिलाइए।

उपपत्ति : OQ त्रिज्या है और PQ वृत्त की एक स्पर्श रेखा है।

$\therefore$ $\angle PQO = 90°$.

[$\because$ वृत्त के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या पर लंब होती है।]

इसी प्रकार $\angle PRO = 90°$

अब समकोण त्रिभुजों PQO और PQR में

$\angle PQO = \angle PRO$ [प्रत्येक = 90°]

PO = PO [उभयनिष्ठ]

OQ = OR [एक ही वृत्त की स्पर्श त्रिज्याएँ]

$\therefore$ $\Delta PQO \cong \Delta PQR$ [RHS सर्वांगसमता द्वारा]

$\therefore$ PQ = PR [CPCT]

30. हमें एक समकोण त्रिभुज ΔABC दिया गया है, जिसमें:

$\angle B = 90°$

A B = 24 cm (किसी समकोण त्रिभुज में, AB कर्ण हो सकता है)

BC = 7 cm (समकोण त्रिभुज का एक अन्य लंब)

पाइथागोरस प्रमेय का उपयोग करते हुए :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

यहाँ AB = 24 cm और BC = 7cm :

$AC^2 = 24^2 + 7^2 = 576 + 49 = 625$

$AC = \sqrt{625} = 25$cm

AC = 25 cm

अब, हमें AC का मान मिल गया, जो कि कर्ण है

अब, sin A के लिए :

$$\sin A = \frac{\text{लंब}}{\text{कर्ण}} = \frac{BC}{AC} = \frac{7}{25}$$

$$\frac{\text{आधार भुजा}}{\text{कर्ण}} = \frac{AB}{AC} = \frac{24}{25}$$

अत: $\sin A = \frac{7}{25}$ cm, $\cos A = \frac{24}{25}$

अथवा

$$\text{L.H.S.} = \frac{1 + \sec A}{\sec A}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{\cos A}}{\frac{1}{\cos A}} = 1 + \cos A$$

$$\text{R.H.S.} = \frac{\sin^2 A}{1 - \cos A} = \frac{1 - \cos^2 A}{1 - \cos A}$$

$[\because 1 - \cos^2 A = \sin^2 A]$

$$= \frac{(1 - \cos A)(1 + \cos A)}{1 - \cos A}$$

$= 1 + \cos A$

$\therefore$ L.H.S. = R.H.S.

31. जब पासे को एक बार फेंका जाता है तो संभव परिणाम हैं

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

संभव परिणामों की कुल संख्या = 6

(*i*) अभाज्य संख्याएँ हैं : {2, 3, 5}

$\therefore$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

$\therefore$ अभाज्य संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संज़्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की कुल संज़्या}}$$

$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(*ii*) 2 और 6 के बीच स्थित संख्याएँ = {3, 4, 5}

अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

2 और 6 के बीच स्थित संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता

$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संज़्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की कुल संज़्या}}$

$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(*iii*) विषम संख्याएँ हैं = {1, 3, 5}

अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

एक विषम संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता

$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संज़्या}}{\text{सभी संभव परिणामों की कुल संज़्या}}$

$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. **उत्तर**

खण्ड—घ

खण्ड-घ में 5 अंकों के 4 प्रश्न हैं।

32. मान लीजिए रेलगाड़ी द्वारा लिया गया समय = x घंटे

रेलगाड़ी द्वारा तय की गई दूरी = 480 km

रेलगाड़ी की चाल = $\frac{\text{तय की गई दूरी}}{\text{लिया गया समय}}$

$= \frac{480}{x}$ km/hr

प्रश्न अनुसार,

अब रेलगाड़ी की चाल = $\left(\frac{480}{x} - 8\right)$ km/hr

रेलगाड़ी द्वारा लिया गया नया समय = $(x + 3)$ घंटे

दूरी = 480 km

सूत्रक का उपयोग करने पर,

चाल = $\frac{\text{तय की गई दूरी}}{\text{लिया गया समय}}$

या (चाल) (समय) = दूरी

या $\left(\frac{480}{x} - 8\right)(x+3) = 480$

या $\left(\frac{480-8x}{x}\right)(x+3) = 480$

या $\frac{480x - 8x^2 + 1440 - 24x}{x} = 480$

या $\frac{-8x^2 + 456x + 1440}{x} = 480$

या $-8x^2 + 456x + 1440 - 480x = 0$

या $-8x^2 - 24x + 1440 = 0$

या $-8[x^2 + 3x - 180] = 0$

या $x^2 + 32x - 180 = 0$

या $x^2 + 15x - 12x - 180 = 0$

या $x(x + 15) - 12(x + 15) = 0$

या $(x + 15)(x - 12) = 0$

अर्थात् $x + 15 = 0$ या $x - 12 = 0$

$x = -15$ या $x = 12$

$\because$ समय ऋणात्मक नहीं हो सकता।

इसलिए हम $x = -15$ को छोड़ देते हैं।

$\therefore$ $x = 12$

अब, गाड़ी द्वारा लिया गया समय = 12 घंटे

रेलगाड़ी द्वारा तय की गई दूरी = 480 km

रेलगाड़ी की चाल $= \left(\frac{480}{12}\right)$ km/hr

$= 40$ km/hr

अत: रेलगाड़ी की चाल 40 km/hr है और दी गई समस्या का द्विघात समीकरण रूप है :

$x^2 + 32x - 180 = 0$ **उत्तर**

अथवा

माना कि धारा की चाल = x किमी० घंटा है। इसलिए, धारा की प्रतिकूल की चाल = $(18 - x)$ किमी०/घण्टा है और धारा के अनुकूल नाव की चाल = $(18 + x)$ किमी०/घंटा

धारा के प्रतिकूल लिया गया समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$

$= \frac{24}{18+x}$ घण्टे

प्रश्नानुसार, $\frac{24}{18-x} - \frac{24}{18+x} = 1$

अर्थात् $24(18 + x) - 24(18 - x) = (18 - x)(18 - x)$

अर्थात् $x^2 + 48x - 324 = 0$

द्विघाती सूत्र का प्रयोग करने पर हम पाते हैं :

$x = \frac{15}{2} \times 128 = 960$

$= \frac{-48 \pm 60}{2}$

$= \frac{-48+60}{2}$ या $\frac{-48-60}{2}$ = 6 या –54

क्योंकि धारा की चाल ऋणात्मक नही हो सकती। अत: कुल $x = -54$ को छोड़ देते हैं।

इसलिए $x = 6$ से हम प्राप्त करते हैं धारा की चाल 6 किमी०/घण्टा उत्तर।

33. **दिया है :** ΔABC और ΔAMP दो समकोण त्रिभुज हैं, जिनके कोण B और M समकोण हैं।

सिद्ध करना है : ***(i)*** $\Delta ABC \sim \Delta AMP$

(ii) $\dfrac{CA}{PA} = \dfrac{BC}{MP}$

उपपत्ति : (*i*) ΔABC और ΔAMP में,

$\angle A = \angle A$ (उभयनिष्ठ)

$\angle ABC = \angle AMP$ (प्रत्येक 90^o)

$\therefore$ $\Delta ABC \sim \Delta AMP$ (AA समरूपता)

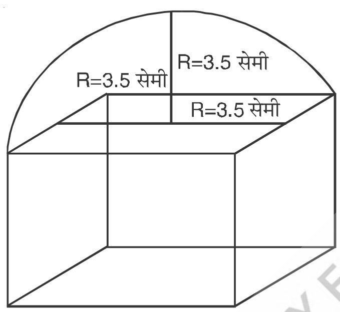
(*ii*) क्योंकि $\Delta ABC \sim \Delta AMP$ (प्रमाणित)

$\therefore$ $\dfrac{AC}{AP} = \dfrac{BC}{MP}$

[यदि दो त्रिभुज समरूप हों, तो संगत भुजाएँ समानुपाती होती हैं]

$\dfrac{CA}{PA} = \dfrac{BC}{MP}$ **उत्तर**

34. **हल :** घनाकार ब्लॉक की भुजा = 7 सेमी



अर्द्धगोले का अधिकतम व्यास = घनाकार ब्लॉक की भुजा

= 7 सेमी

2R = 7 सेमी

R = $\dfrac{7}{2}$ सेमी

ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल = (घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल)
– (अर्द्ध गोले के आधार का क्षेत्रफल)
+ (अर्ध गोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल)

$= 6l^2 - \pi R^2 + 2\pi R^2$

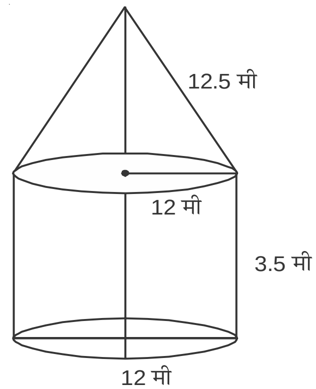
$= 6l^2 + \pi R^2$

$= 6(7)^2 + \dfrac{22}{7} \times \left(\dfrac{7}{2}\right)^2$ सेमी^{2}

$= \left[6(49) + 11 \times \dfrac{7}{2}\right]$ सेमी^{2}

= 332.5 सेमी^{2} **उत्तर**

अथवा



बेलन के आधार की त्रिज्या (r) = 12 मी

शंकु के आधार की त्रिज्या (h) = 3.5 मी

शंकु की तिपंर्क ऊँचाई (l) = 12.5 मी

शंकु की लंबाई (H) $= \sqrt{l^2 - r^2}$

$= \sqrt{(12.5)^2 - (12)^2} = \sqrt{12.25}$

$\therefore$ H = 3.5 मी

बिल्डिंग की धारिता

= बेलन का आयतन + शंकु का आयतन

$= \pi r^2 h + \dfrac{1}{3}\pi r^2 H$

$= \pi r^2 \left[h + \dfrac{1}{3}H\right]$

$= \dfrac{22}{7} \times 12 \times 12 \left[3.5 + \dfrac{3.5}{3}\right]$ मी^{3}

$= \dfrac{22}{7} \times 12 \times 12 \times 3.5 \left[1 + \dfrac{1}{3}\right]$ मी^{3}

$= \dfrac{22}{\cancel{7}} \times 12 \times \overset{2}{\cancel{\overset{6}{\cancel{12}}}} \times \dfrac{\overset{5}{\cancel{35}}}{\underset{2}{\cancel{10}}} \times \dfrac{4}{\cancel{3}}$ मी^{3}

= 22 × 96 = 2112 मी^{3} **उत्तर**

35.

वर्ग अंतराल	बारंबारता	संचयी बारंबारता
140 से कम	4	4
140 – 145	7	11
145 – 150	18	29
150 – 155	11	40
155 – 160	6	46
160 – 165	5	51
योग	51	

अब $n = 51$ है अत: $= \dfrac{n}{2} = \dfrac{51}{2} = 25.5$ है।

यह प्रेक्षण अंतराल 145 – 150 में आता है।

तब निम्न सीमा (l) = 145,

माध्यक वर्ग 145 – 150 के ठीक पहले वर्ग की संचयी बारंबारता (cf) = माध्यक वर्ग 145 – 150 की बारंबारता f = 18 तथा वर्ग माप h = 5 है।

सूत्र, माध्यक = $l+\dfrac{\frac{n}{2}-cf}{f}\times h$ का प्रयोग करने पर हमें प्राप्त होता है :

$$= 55+\left(\frac{15-13}{6}\right)\times 5$$

$$\text{माध्यक} = 145+\left(\frac{25.5-11}{18}\right)\times 5$$

$$= 145+\frac{72.5}{18}=149.03$$

अत: लड़कियों की माध्यक ऊँचाई 149.03 सेमी है।

खण्ड—ङ

प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न

36. 1000, 1100, 1200, 1300, ... यह एक A.P. है।

(i) प्रथम पद (a) = 1000

सार्वअंतर (d) = 100

n = 30

$a_n = a + (n – 1) d$

a_{30} = 1000 + (30 – 1) 100

= 1000 + 2900 = 3900

अत: उसके द्वारा 30 वीं किश्त में भुगतान की गई राशि = ₹ 3900.

(ii) 30 किशतों में भुगतान की गई राशि = S_{30} = ?

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n – 1) d]$$

$$S_{30} = \frac{30}{2}[2 \times 1000 + (30 – 1) 100]$$

= 15[2000 + 2900] = 15 (4900)

= 73500.

उसके द्वारा 30 किश्तों में भुगतान की गई राशि ₹ 73500

(iii) 30 वीं किश्त के बाद भी उसे जिस राशि का भुगतान करना है

= ₹ 1,18,000 – ₹ 73,500

= ₹ 44,500.

अथवा

यदि कुल किश्तें 40 हों तो

$a_{40} = a + 39d$ = 1000 + 3900 = 4900

अत: अंतिम किश्त में भुगतान की गई राशि = ₹ 4900

37. (i) आशिमा बिंदु A पर बैठी है, जिसके निर्देशांक (3,1) हैं।

(ii) कैमिला बिंदु C पर बैठी है, जिसके निर्देशक (9,7) हैं।

(iii) मूल बिंदु O (0,0) से भारती के बिंदु B (6, 4) तक की दूरी ज्ञात करने के लिए दूरी सूत्र का उपयोग करेंगे:

दूरी = $\sqrt{(x_2-0)^2+(y_2-0)^2}$

यहाँ x_2 = 6 और y_2 = 4 है:

दूरी = $\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{36+16}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

मूल बिंदु से भारती की दूरी $2\sqrt{132}$ या लगभग 7.21 इकाई है।

अथवा

आशिमा बिंदु A (3,1) पर और भारती बिंदु B (6,4) पर बैठी है। इन दोनों के बीच की दूरी होगी:

दूरी = $\sqrt{(x_2-0)^2+(y_2-0)^2}$

यहाँ और है : (x_1, y_1) = (3,1) (x_2, y_2) = (6,4)

दूरी = $\sqrt{(6-3)^2+(4-1)^2}$

दूरी = $\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

आशिमा और भारती के बीच की दूरी $3\sqrt{2}$ या लगभग 4.24 इकाई है।

38. दी गई जानकारी है:

खंभे की कुल ऊंचाई AB = 5m है।

मिस्त्री को खंभे के शिखर से 1.3 मीटर नीचे बिंदु D तक पहुँचना है।

(i) बिंदु D से B की ऊँचाई कितनी है?

बिंदु B खंभे के शिखर को दर्शाता है, और D बिंदु खंभे के शिखर से 1.3 मीटर नीचे है।

इसलिए, BD = 1.3 मीटर

अत: बिंदु D से B की ऊँचाई 1.3 मीटर है।

(ii) सीढ़ी को खंभे पर टिकाकर D बिंदु तक पहुँचना है।

खंभे पर बिंदु D तक की ऊँचाई

AD = AB –BD = 5m –1.3 m = 3.7m

यहाँ पर हम एक समकोण त्रिभुज ACD का उपयोग कर सकते हैं, जिसमें:

AD = 3.7m (ऊर्ध्वाधर ऊंचाई)

CD = सीढ़ी की लंबाई (कर्ण),

$\theta = 45°$

अब, हम त्रिकोणमिति सूत्र का उपयोग करेंगे:

Sin θ = लंब?? / कर्ण

यहाँ, sin 45° = $1/\sqrt{2}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{3.7}{\text{सीढ़ी की लंबाई}}$$

इससे, सीढ़ी की लंबाई = $\dfrac{3.7\times\sqrt{2}}{1}$ = 3.7 × 1.414 = 5.23 मीटर

सीढ़ी की लंबाई लगभग 5.23 मीटर होनी चाहिए।

(*iii*) सीढ़ी के पास बिंदु से खंभे के पाद बिंदु की दूरी ज्ञात कीजिए।

$$\cos\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{हाइपोटेन्यूस}}$$

यहाँ $\cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$ है:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AC}{5.23}$$

$$AC = 5.23 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 5.23 \times 0.707 = 3.7 \text{ मीटर}$$

सीढ़ी के पाद बिंदु से खंभे के पाद बिंदु की दूरी 3.7 मीटर है।

अथवा

यदि सीढ़ी का क्षैतिज से कोण 45° कर दिया जाए, तो CD की लंबाई क्या होगी? चूंकि हमने पहले ही सीढ़ी की लंबाई और क्षैतिज दूरी 3.7 मीटर पर विचार किया है, इसलिए :

CD = 5.23 मीटर

Holy Faith New Style Sample Paper–4
(Based on the Latest Design & Syllabus Issued by CBSE)

CLASS—10th

Mathematics (Basic)

समय : 3 घंटे **पूर्णांक : 80**

निर्देश : इसके लिये *Holy Faith New Style Sample Paper*—1 देखें।

खण्ड—क

खण्ड-क में 1 अंक के 20 प्रश्न हैं।

1. (D) a^3b^3.

2. (C) $3\sqrt{2}$

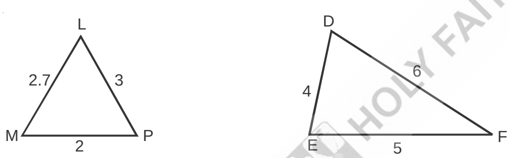
3. (C) $\frac{-4}{3}$

4. (C) 47

5. (A) $(x + 1)^2 = 2(x - 3)$

6. (C) $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$

7. (C)



8. (D) $134°$.

9. (C) 0

10. (D) $\frac{12}{13}$.

11. (B) $\frac{24}{25}$.

12. (D) $\frac{1}{8}$.

13. (B) 960 मी^{3}

14. (C) $\frac{1}{13}$

15. (C) (0, 0)

16. (C) 4

17. (D) $(0, y)$.

18. (C) 27

19. (*a*) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

20. (*b*) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।

खण्ड—ख

खण्ड-ख में 2 अंकों के 5 प्रश्न हैं।

21. $x - y = 3$ ...(1)

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 6 \Rightarrow 2x + 3y = 36$ ...(2)

समीकरण (1) को 3 से गुणा करने पर,

$3x - 3y = 9$ ... (3)

समीकरण (2) और समीकरण (3) को जोड़ने पर

$\Rightarrow$ $2x + 3y = 36$

$3x - 3y = 9$

$5x = 45$

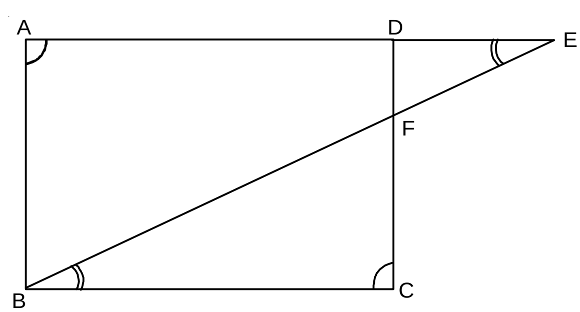
$\Rightarrow$ $x = 9$

$x = 9$ को समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर,

$9 - y = 3 \Rightarrow y = 6$

$\therefore$ $x = 9, y = 6$ **उत्तर**

22.



यदि एक त्रिभुज के दो कोण क्रमशः दूसरे त्रिभुज के दो कोणों के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।

इसे दो त्रिभुजों के लिए AA समानता मानदंड कहा जाता है

Δ ABE और Δ CFB में,

$\angle$BAE = $\angle$FCB (समान्तर चतुर्भुज के सम्मुख कोण)

$\angle AEB = \angle FBC$ [AE ∥ BC और EB एक तिर्यक रेखा है, एकांतर अंत कोण है]

इस प्रकार, $\Delta ABE \sim \Delta CFB$ (AA समरूपता)

अथवा

हल : OA. OB = OC. OD (दिया है)

इसलिए $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{OD}{OB}$ (1)

हमें पता है Δ AOD = Δ COB [लंबवत विपरित कोण]

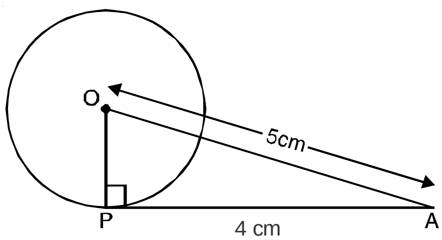
इस प्रकार (1) तथा (2) से

$\angle AOD \sim \angle COB$ [SAS समान्ता के आधार पर]

अत : $\angle A = \angle C$ तथा $\angle D = \angle B$

23. एक वृत्त जिसका केंद्र 'O' है और त्रिज्या OP है।

एक बिंदु A वृत्त के केंद्र O से 5 cm की उसकी दूरी पर है। PA = 4 cm वृत्त की स्पर्श रेखा है और OP त्रिज्या है।



$\therefore \quad \angle OPA = 90^\circ$

अब, समकोण ΔOPA में,

पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करने पर

$OA^2 = OP^2 + PA^2$

$(5)^2 = OP^2 + (4)^2$

$25 = OP^2 + 16$

$OP^2 = 25 - 16 = 9$

$OP = 3$ cm

अतः, वृत्त की स्पर्श रेखा की लंबाई 3 cm है। **उत्तर**

24. क्योंकि $\sin(A - B) = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \quad \sin(A - B) = \sin 30^\circ \left[\sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}\right]$

$\Rightarrow \quad A - B = 30^\circ$ ...(1)

क्योंकि $\cos(A + B) = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \quad \cos(A + B) = \cos 60^\circ \quad \left(\because \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow \quad A + B = 60^\circ$ ...(2)

समीकरण (1) + समीकरण (2) $\Rightarrow 2A = 90^\circ \Rightarrow A = 45^\circ$

समीकरण (2) – समीकरण (1) $\Rightarrow 2B = 30^\circ \Rightarrow B = 15^\circ$ **उत्तर**

25. वृत्त की त्रिज्या (R) = 10 सेमी

केन्द्रीय कोण $(\theta) = 60^\circ$

संगत त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \dfrac{\pi r^2 \theta}{360}$

$= 3.14 \times 10 \times 10 \times \dfrac{60}{360}$

$= \dfrac{157}{3}$ सेमी^{2} = 52.33 सेमी^{2} **उत्तर।**

अथवा

हल : मिनट की सुई की लम्बाई = वृत्त की त्रिज्या (R) = 14 सेमी

हमें ज्ञात है,

60 मिनट में रचित कोण = 360°

1 मिनट में रचित कोण $= \dfrac{360^\circ}{60} = 6^\circ$

5 मिनट में रचित कोण $= \dfrac{360^\circ}{60} \times 5 = 30^\circ$

$\therefore$ त्रिज्यखंड का कोण $(\theta) = 30^\circ$

अतः सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल $= \dfrac{\pi R^2 \theta}{360}$

$= \dfrac{22}{7} \times (14)^2 \times \dfrac{30}{360}$ सेमी^{2}

$= \dfrac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \dfrac{30}{360}$ सेमी^{2}

$= \dfrac{154}{3}$ सेमी^{2}

सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल $= \dfrac{154}{3}$ सेमी^{2}। **उत्तर**

खण्ड—ग

खण्ड-ग में 3 अंकों के 6 प्रश्न हैं।

26. मान लीजिए कि $5-\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है। हम सहअभाज्य ऐसी संख्याएँ a और $b(b \neq 0)$ ज्ञात कर सकते हैं कि $5-\sqrt{3} = \dfrac{a}{b}$ हो।

अतः $\quad 5 - \dfrac{a}{b} = \sqrt{3}$

$\sqrt{3} = 5 - \dfrac{a}{b}$

चूँकि a और b पूर्णांक हैं, इसलिए $5 - \dfrac{a}{b}$ एक परिमेय संख्या है, अर्थात् $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

परंतु इससे इस तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय सांख्या है।

$\therefore$ हमारी कल्पना गलत है।

अतः $5-\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है। **उत्तर**

27. दिया गया है कि दी गई बहुपद के शून्यकों का योग और शून्यकों का गुणनफल क्रमशः 4, 1 है।

मान लीजिए कि $ax^2 + bx + c$ एक द्विघात बहुपद है तथा α और β इसके शून्यक हैं।

$\therefore \quad \alpha + \beta$ = शून्यकों का योग = 4

और $\quad \alpha\beta$ = शून्यकों का गुणनफल = 1

अब, $ax^2 + bx + c = k(x - \alpha)(x - \beta)$

जहाँ k कोई अचर है।

$= k\,[x^2 - (\alpha + \beta)\,x + \alpha\beta)$
$= k[x^2 - 4x + 1]$

k के भिन्न-भिन्न मानों के लिए, हम भिन्न-भिन्न द्विघात बहुपद प्राप्त करते हैं।

28. मान लीजिए तीन दिनों का नियत किराया = 9 रु

प्रत्येक दिन का किराया = b रु

अब, प्रश्नानुसार

a + 4b = 27 (*i*)

[अतिरिक्त दिन = 7–3 = 4]

a + 2b = 21 (*ii*)

[अतिरिक्त दिन = 5 –3 = 2]

समीकरण (*i*) में से समीकरण (*ii*) घटाने पर

$$\begin{array}{l} a+4b=27 \\ a\pm 2b=21 \\ \hline \quad 2b=6 \end{array}$$

2b = 6, b = 6/2 = 3

b का मान समीकरण (1) में रखने पर

a + 4 (3) = 27, a + 12 = 27, a = 15

तो पहले दिन का नियत किराया = 15 रु और प्रत्येक अतिरिक्त दिन का किराया = 3 रु हैं।

अथवा

मान लीजिए दी गई भिन्न का हर = x

मान लीजिए दी गई भिन्न का अंश = y

$\therefore$ अभीष्ट भिन्न = $\dfrac{x}{y}$

पहली शर्त अनुसार,

$$\frac{x+2}{y+2} = \frac{9}{11}$$

या $11\,(x + 2) = 9\,(y + 2)$

या $11x + 22 = 9y + 18$

या $11x = 9y + 18 - 22$

या $11x = 9y - 4$

या $x = \dfrac{9y-4}{11}$ ...(1)

दूसरी शर्त अनुसार,

$$\frac{x+3}{y+3} = \frac{5}{6}$$

या $6\,(x + 3) = 5\,(y + 3)$

या $6x + 18 = 5y + 15$

या $6x - 5y = 15 - 18$

या $6x - 5y = -3$ ...(2)

x का यह मान समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर, हमें प्राप्त होता है :

$$6\left[\frac{9y-4}{11}\right] - 5y = -3$$

या $\dfrac{54y-24}{11} - 5y = -3$

या $\dfrac{54y-24-55y}{11} = -3$

या $-y - 24 = -3 \times 11$

या $-y = -33 + 24$

या $-y = -9$

या $y = 9$

y का यह मान समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर, हमें प्राप्त होता है :

$$x = \frac{9\times 9-4}{11} = \frac{81-4}{11}$$

$$= \frac{77}{11} = 7$$

अतः, अभीष्ट भिन्न $\dfrac{7}{9}$ है। **उत्तर**

29. **दिया है :** वृत्त के परिगत एक चतुर्भुज ABCD खींचा गया है।

सिद्ध करना है : AB + CD = AD + BC

उपपत्ति : क्योंकि किसी बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाई बराबर होती है।

अब, B वृत्त के बाहर स्थित कोई बिंदु है और BP; BQ वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ हैं।

$\therefore$ BP = BQ ...(1)

इसी प्रकार, AP = AS ...(2)

और CR = CQ ...(3)

साथ ही, DR = DS ...(4)

(1), (2), (3) और (4) को जोड़ने पर, हमें प्राप्त होता है

(BP + AP) + (CR + DR) = (BQ + CQ) + (AS + DS)

AB + CD = BC + AD

$\Rightarrow$ AB + CD = AD + BC

अभीष्ट परिणाम है। **उत्तर**

30. दिया है :

$2\tan^2 45° + \cos^2 30° - \sin^2 60°$

$= 2\,(\tan 45°)^2 + (\cos 30°)^2 - (\sin 60°)^2$

$$= 2\,(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 2\,.$$

अथवा

$$\text{L.H.S.} = \frac{\sin\theta - 2\sin^3\theta}{2\cos^3\theta - \cos\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta\times[1-2\sin^2\theta]}{\cos\theta\times[2\cos^2\theta-1]}$$

$$= \frac{\sin\theta\times[\sin^2\theta+\cos^2\theta-2\sin^2\theta]}{\cos\theta\times[2\cos^2\theta-\sin^2\theta-\cos^2\theta]}$$

$[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$$= \frac{\sin\theta\times[\cos^2\theta-\sin^2\theta]}{\cos\theta\times[\cos^2\theta-\sin^2\theta]} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$= \tan\theta =$ R.H.S.

$\therefore$ L.H.S. = R.H.S.

31. ताश की गड्डी में कुल पत्ते = 52

संभव परिणामों की कुल संख्या = 52

(*i*) क्योंकि ताश की गड्डी में लाल रंग के 2 बादशाह होते हैं।

$\therefore$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 2

लाल रंग का बादशाह प्राप्त करने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभव परिणामों की कुल संख्या}} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$ **उत्तर**

(*ii*) क्योंकि ताश की गड्डी में 12 फेस कार्ड होता हैं।

इसलिए अनुकूल परिणामों की संख्या = 12

एक फेस कार्ड प्राप्त करने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संज़्या}}{\text{संभव परिणामों की संज़्या}}$$

$$= \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$ **उत्तर**

खण्ड—घ

खण्ड-घ में 5 अंकों के 4 प्रश्न हैं।

32. दो स्टेशनों के बीच की दूरी = 132 किमी

मान लीजिए सवारी गाड़ी की औसत चाल = x किमी/घंटा

$\therefore$ एक्सप्रेस गाड़ी की औसत चाल = $(x + 11)$ किमी/घंटा

सवारी गाड़ी द्वारा लिया गया समय $= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} \quad \left(\because \text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}\right)$

$= \frac{132}{x}$ घंटे

एक्सप्रेस गाड़ी द्वारा लिया गया समय $= \frac{132}{x+11}$ घंटे

प्रश्न अनुसार,

$$\frac{132}{x} - \frac{132}{x+11} = 1$$

या $$\frac{132(x+11)-132x}{x(x+11)} = 1$$

या $$\frac{\cancel{132x}+1452-\cancel{132x}}{x^2+11x} = 1$$

या $$1452 = x^2 + 11x$$

या $$x^2 + 11x - 1452 = 0$$

इसकी तुलना $ax^2 + bx + c = 0$ से करने पर,

$a = 1, b = 11, c = -1452$

$b^2 - 4ac = (11)^2 - 4 \times 1 \times (-1452)$

$= 121 + 5808 = 5929$

$$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-11\pm\sqrt{5929}}{2\times1}$$

$$= \frac{-11\pm77}{2}$$

$$= \frac{-11+77}{2} \text{ और } \frac{-11-77}{2}$$

$$= \frac{66}{2} \text{ और } \frac{-88}{2} = 33 \text{ और } -44.$$

किसी रेलगाड़ी की चाल ऋणात्मक नहीं हो सकती। इसलिए हम $x = -44$ को छोड़ देते हैं।

अत: सवारी गाड़ी की चाल x = 33 किमी/घंटा

एक्सप्रेस गाड़ी की चाल $= x + 11 = 33 + 11$

= 44 किमी/घंटा। **उत्तर**

अथवा

मान लीजिए आयताकार पार्क की लंबाई = x मी

आयताकार पार्क की चौड़ाई = y मी

आयताकार पार्क का परिमाप = $2(x + y)$ मी

और आयताकार पार्क का क्षेत्रफल = xy मी^{2}

पहली शर्त के अनुसार,

$2(x + y) = 80$

$x + y = \frac{80}{2} = 40$

$y = 40 - x$ ...(1)

दूसरी शर्त के अनुसार,

$xy = 400$

$x(40 - x) = 400$

[(1) का प्रयोग करने पर]

या $40x - x^2 = 400$

या $40x - x^2 - 400 = 0$

या $x^2 - 40x + 400 = 0$

इसकी तुलना $ax^2 + bx + c = 0$ से करने पर,

$\therefore$ $a = 1, b = -40, c = 400$

$D = b^2 - 4ac$

$= (-40)^2 - 4 \times 1 \times 400$

$= 1600 - 1600 = 0$

अब, $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$= \dfrac{-(-40) \pm \sqrt{0}}{2 \times 1}$

$= \dfrac{40}{2} = 20$

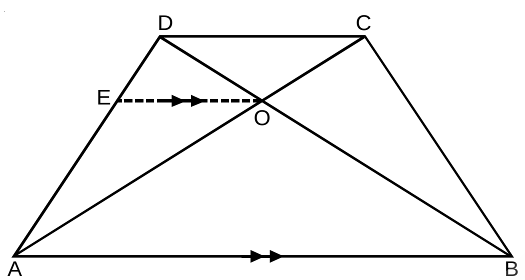
जब $x = 20$ तो (1) से

$y = 40 - 20 = 20$

$\therefore$ आयताकार पार्क की लम्बाई और चौड़ाई का माप 20 मी के बराबर है।

अत: दी गई आयताकार पार्क का अस्तित्व संभव है और यह एक वर्ग है। **उत्तर**

33. **दिया है :** चतुर्भुज ABCD में विकर्ण AC और BD परस्पर बिंदु O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि $\dfrac{AO}{BO} = \dfrac{CO}{DO}$ है।



सिद्ध करना है : चतुर्भुज ABCD एक समलंब है।

रचना : 'O' में से रेखा EO ∥ AB खींचिए, जो AD को E पर मिलती है।

उपपत्ति : ΔDAB में,

$EO \parallel AB$

$\therefore \dfrac{DE}{EA} = \dfrac{DO}{OB}$ ...(1)

[आधारभूत समानुपातता प्रमेय के प्रयोग से]

परंतु $\dfrac{AO}{BO} = \dfrac{CO}{DO}$ (दिया है)

या $\dfrac{AO}{CO} = \dfrac{BO}{DO}$

या $\dfrac{CO}{AO} = \dfrac{DO}{BO}$

$\Rightarrow \dfrac{DO}{OB} = \dfrac{CO}{AO}$ ...(2)

(1) और (2) से, $\dfrac{DE}{EA} = \dfrac{CO}{AO}$

$\therefore$ आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के प्रयोग से

$EO \parallel DC$

साथ ही, $EO \parallel AB$

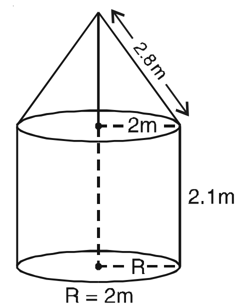
$\Rightarrow AB \parallel DC$

$\therefore$ चतुर्भुज ABCD एक समलंब है जिसमें AB ∥ CD.

34. शंकु का व्यास = बेलन का व्यास

$2R = 4$ m

$R = 2$ m



शंकु की त्रिज्या = बेलन की त्रिज्या

बेलन की ऊँचाई (H) = 2.1 m

शंकु की तिर्यक ऊँचाई (L) = 2.8 m

तंबू का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + शंक्वाकार भाग का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2\pi RH + \pi RL$

$= \pi R\,[2H + L]$

$= \dfrac{22}{7} \times 2[2\,(2.1) + 2.8]\ m^2$

$= \dfrac{22}{7} \times 2[4.2 + 2.8]\ m^2$

$= \dfrac{22}{7} \times 2 \times 7\ m^2$

$= 44\ m^2$ **उत्तर**

$\therefore$ तंबू का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 44\ m^2$

$1 m^2$ कैनवस की लागत = ₹ 500

$44\ m^2$ कैनवस की लागत = ₹ 44 × 500

= ₹ 22000

कैनवस की कुल लागत = ₹ 22000. **उत्तर**

अथवा

हल : नीचे वाले बेलन का व्यास = 24 cm

नीचे वाले बेलन की त्रिज्या (R) = 12 cm

नीचे वाले बेलन की ऊँचाई (H) = 220 cm

ऊपर वाले बेलन की त्रिज्या (r) = 8 cm

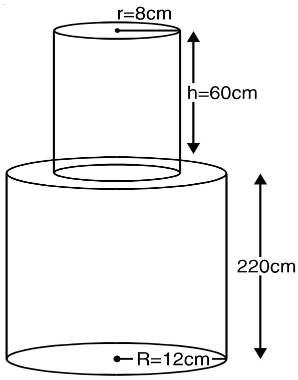
ऊपर वाले बेलन की ऊँचाई (h) = 60 cm

स्तंभ का आयतन = नीचे वाले बेलन का आयतन + ऊपर वाले बेलन का आयतन

$= \pi R^2 H + \pi r^2 h$

$= 3.14 \times 12 \times 12 \times 220 + 3.14 \times 8 \times 8 \times 60$

$= 99475.2 + 12057.6$



स्तंभ का आयतन = 111532.8 cm^3

1 cm^3 का द्रव्यमान = 8 gm

111532.8 cm^3 का द्रव्यमान = 8 × 111532. 8

= 892262.4 gm

$= \frac{892262.4}{1000}$ kg = 892.2624 kg

स्तंभ का द्रव्यमान = 892.2624 kg **उत्तर**

35.

दैनिक व्यय (₹ में)	**परिवार की संख्या (f_i)**	**वर्ग चिह्न (x_i)**	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$ या $u_i = \frac{x_i - 225}{50}$	$f_i u_i$
100–150	4	125	– 2	– 8
150–200	5	175	– 1	– 5
200–250	12	225	0	0
250–300	2	275	1	2
300–350	2	325	2	4
योग	$\Sigma f_i = 25$			$\Sigma f_i u_i = -7$

उपरोक्त आँकड़ों से,

कल्पित माध्य (a) = 225

वर्ग माप (h) = 50

$$\therefore \quad \bar{u} = \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}$$

$$\bar{u} = -\frac{7}{25} = -0.28$$

सूत्र का प्रयोग करने पर,

$$\text{माध्य } (\overline{X}) = a + h\bar{u}$$

$$\overline{X} = 225 + 50\,(-0.28)$$

$$\overline{X} = 225 - 14$$

$$\overline{X} = 211.$$

अतः, भोजन पर हुआ माध्य व्यय ₹ 211 है। **उत्तर**

खण्ड—ङ

प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न

36. (i) दिए गए कथन से किस प्रकार की श्रेणी बनती है?

- पहले मीटर का शुल्क = ₹150
- दूसरे मीटर का शुल्क = ₹150 + ₹50 = 200
- तीसरे मीटर का शुल्क = ₹200 + ₹50 = 250
- चौथे मीटर का शुल्क = ₹250 + ₹50 = 300

और इसी प्रकार यह आगे बढ़ता रहेगा।

यह एक अंकगणितीय श्रेणी (Arithmetic Progression - A.P.) बनती है, जिनमें :

- पहला पद (a_1) = 150
- सर्वअन्तर (d) = 50

इसलिए समांतर श्रेणी होगी :

150, 200, 250, 300 ....

(ii) श्रमिक को भुगतान की जाने वाली वास्तविक राशि कितनी होनी चाहिए?

श्रमिक द्वारा 10 मीटर गहराई तक का कुआँ खोदने के लिए भुगतान की राशि पहले मीटर के लिए शुल्क = ₹150

अगले 9 मीटर के लिए प्रति मीटर शुल्क = 50

अब कुल राशि होगी :

कुल गतान = a + (n –1) d

150 + (10 –1) × 50

150 + 9 × 50 = 150 + 450 = 4600

(iii) अगर राम मज़दूर को 4550 देने में सहमत हो जाता है, तो राम ने कितने पैसे बचा लिए?

वास्तविक भुगतान 4600 होना चाहिए था, लेकिन राम ने केवल 4550 दिए।

अत : बचाई गई राशि :

बचत = 600 – 550 = 50 रुपये

अथवा

मान लें कि समांतर श्रेणी है:

150, 200, 250, 300 ....

यदि प्रत्येक पद को K से गुणा किया जाए, तो नई श्रेणी होगी:

150k, 200k, 250k, 300k, ...

37. (*i*) खंभा C x-अक्ष से 4 मात्रक और y-अक्ष से 7 मात्रक की दूरी पर है। इसलिए खंभे C के निर्देशांक (7, 4) हैं।

(*ii*) O के निर्देशांक (0, 0) और खंभे B के निर्देशांक (4, 9) हैं, इसलिए पार्क के कोने O से B की दूरी

$$= \sqrt{(4-0)^2+(9-0)^2} = \sqrt{16+81}$$

$$= \sqrt{97} \text{ मात्रक।}$$

(*iii*) ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। मान लीजिए D के निर्देशांक (x, y) है।

समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।

इसलिए BD का मध्यबिंदु = AC का मध्यबिन्दु

$$\left(\frac{x+4}{2},\frac{y+9}{2}\right) = \left(\frac{7+1}{2},\frac{4+5}{2}\right)$$

$$\left(\frac{x+4}{2},\frac{y+9}{2}\right) = \left(4,\frac{9}{2}\right)$$

$$\therefore \frac{x+y}{2} = 4 \text{ और } \frac{y+9}{2} = \frac{9}{2}$$

$\Rightarrow x = 4$ और $y = 0$.

अत: D के निर्देशांक (4, 0) है। यह x-अक्ष पर स्थित है।

अथवा

क्योंकि निर्देशांक (1, 5) है और C के निर्देशांक (7, 4) है। इसलिए खंभों A और C के बीच की दूरी

$$= \sqrt{(7-1)^2+(4-5)^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37}$$

38. (*i*) हम जानते हैं कि, tan 60° = $\sqrt{3}$

इसलिए tan 60° का मान $\sqrt{3}$ है।

(*ii*) हम जानते हैं कि, tan 30° = 1

इसलिए tan 30° का मान 1 $\sqrt{3}$ है।

(*iii*) बिंदु C से त्रिकोण ABC में :

$$\tan 60° = \frac{\text{मीनार की उँचाई } (h)}{\text{नहर की चौड़ाई } (x)}$$

$$\sqrt{3} \quad \frac{h}{x}$$

$$h = \sqrt{3} \times x \qquad ...(1)$$

बिंदु D से त्रिकोण ABD में :

$$\tan 30° = \frac{\text{मीनार की उँचाई } (h)}{\text{नहर की चौड़ाई } (x+20)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+20}$$

$$h = \frac{x+20}{\sqrt{3}} \qquad ...(2)$$

समीकरण (1) और (2) को समान करके हल करने पर :

$\sqrt{3}\, x =$

$3x = x + 20$

$3x - x + 20$

$2x = 20$

$x = 10$ m

अत:, नहर की चौड़ाई (BC) = 10 मीटर

अथवा

अब नहर की चौड़ाई $x = 10$m है। इसे समीकरण (1) में रखे:

H = × 10 = 10m

अत:, मीनार की ऊँचाई = 10 $\sqrt{3}$ मीटर ≈ 17.32 मीटर

Holy Faith New Style Sample Paper–5

(Based on the Latest Design & Syllabus Issued by CBSE)

CLASS—10th

Mathematics (Basic)

समय : 3 घंटे **पूर्णांक : 80**

निर्देश : इसके लिये *Holy Faith New Style Sample Paper*—1 देखें।

खण्ड—क

खण्ड-क में 1 अंक के 20 प्रश्न हैं।

1. (B) 22338

2. (C) अपरिमेय संख्या

3. (D) $x^3 + 3$.

4. (C) 35 वाँ

5. (A) $-1, \frac{4}{3}$

6. (D) $(0, y)$.

7. (D) $40°$.

8. (B) $90°$

9. (B) 2

10. (D) इनमें से कोई नहीं।

11. (B) $\frac{3}{4}$

12. (C) -5

13. (D) $4\pi R^2$.

14. (D) 0.32.

15. (A) (1, 3)

16. (C) 27

17. (B) (0, 0)

18. (A) 2

19. (*c*) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है।

20. (*a*) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

खण्ड—ख

खण्ड-ख में 2 अंकों के 5 प्रश्न हैं।

21. $3x + 4y = 10$ ...(1)

$x - y = 1$ ...(2)

समीकरण (2) को 4 से गुणा करने पर,

$4x - 4y = 4$ ...(3)

समीकरण (1) + समीकरण (3) करने पर,

$$\begin{aligned} 3x + 4y &= 10 \\ 4x - 4y &= 4 \\ \hline 7x \quad &= 14 \end{aligned}$$

$\Rightarrow \quad x = 2$

$x = 2$ को समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर,

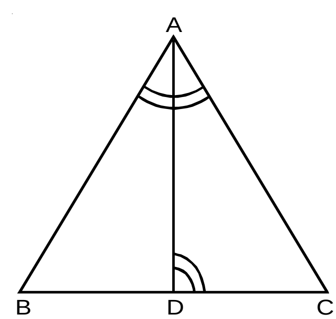
$2 - y = 1 \Rightarrow y = 1$

$x = 2, y = 1$ **उत्तर**

22. **दिया है :** ΔABC की भुजा BC पर एक बिंदु D इस प्रकार स्थित है कि $\angle ADC = \angle BAC$

सिद्ध करना है : $CA^2 = CB.CD$

उपपत्ति : ΔABC और ΔADC में,



$\angle C = \angle C$ (उभयनिष्ठ)

$\angle BAC = \angle ADC$ (दिया है)

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta ADC$ [AA समरूपता कसौटी से]

$\therefore \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{AC}$ [यदि दो त्रिभुज समरूप हों तो संगत भुजाएँ समानुपाती होती हैं।]

$AC^2 = BC. DC$

अत: $CA^2 = CB. CD$

अथवा

हल : दिया गया :

AB एक त्रिभुज है।

D बिंदु है जो भुजा AB का मध्य-बिंदु है।

DE रेखा खींची गई है जो AC के समानांतर है और भुजा BC को बिंदु E पर काटती है।

सिद्ध करना है : बिंदु E, भुजा BC का मध्य बिंदु है।

सिद्धांत : यदि त्रिभुज की एक भुजा के मध्य बिंदु से दूसरी भुजा के समानांतर रेखा खींची जाए, तो वह रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है। यह मध्य बिंदु प्रमेय (Midpoint Theorem) कहलाता है।

प्रमाण :

1. D बिंदु AB का मध्य बिंदु है, अत:
   AD = DB और D भुजा AB को 2:2 में विभाजित करता है।
2. रेखा DE, भुजा AC के समानांतर है।

   अत: Δ ADE और Δ CDE में:

   $\angle$ ADE और $\angle$ CDE (समांतर रेखाओं के बीच समानांतर कोण)

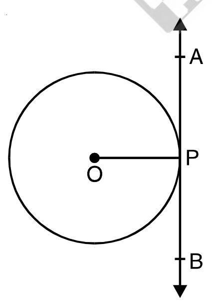
   $\angle$ DAE = $\angle$ DCE (समान कोण)

   अत : Δ ADE ~ Δ CDE (AA समानता)।
3. Δ ADE ~ Δ CDE से
   AD/DB = AE/EC
   चूँकि AD = DB, इसलिए AE/EC = 1
   अत : AE = EC
4. चूँकि E, भुजा BC को बराबर भागों में विभाजित करता है, इसलिए E भुजा BC का मध्य-बिंदु है।

निष्कर्ष :

यह सिद्ध हो गया कि त्रिभुज की एक भुजा के मध्य-बिंदु से होकर दूसरी भुजा के समानांतर खींची गई रेखा तीसरी भुजा को समद्विभाजित करती है।

23. **दिया है :** एक वृत्त जिसका केंद्र O है। AB इसकी स्पर्श रेखा है जो वृत्त को P पर मिलती है।



अर्थात् बिंदु P वृत्त का स्पर्श बिंदु है

सिद्ध करना है : स्पर्श बिंदु से स्पर्श रेखा पर खींचा गया लंब वृत्त के केंद्र से होकर जाता है।

रचना : OP को मिलाइए।

उपपत्ति : क्योंकि OP वृत्त की त्रिज्या है और AB वृत्त पर स्पर्श रेखा है जिसमें बिंदु P स्पर्श बिंदु है।

$\therefore$ $\angle OPA = \angle OPB = 90°$

[$\because$ वृत्त के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या पर लंब होती है।]

या $OP \perp AB$

क्योंकि किसी वृत्त की त्रिज्या सदैव वृत्त के केंद्र से गुजरती है। अत:, स्पर्श बिंदु से स्पर्श रेखा पर खींचा गया लंब वृत्त के केंद्र से होकर जाता है।

24. दिया गया है : $\dfrac{2\tan 30°}{1-\tan^2 30°}$

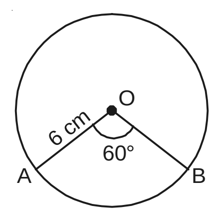
हम जानते हैं $\tan 30° = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

इस मान को समीकरण में प्रतिस्थापित करने पर

$$= \frac{2\times\frac{1}{\sqrt{3}}}{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} \Rightarrow \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1-\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{3}{2} = \frac{3}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3}$$

25.



वृत्त के त्रिज्यखंड की त्रिज्या (R) = 6 सेमी

केन्द्रीय कोण (θ) = 60°

त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \dfrac{\pi R^2 \theta}{360}$

$$= \frac{22}{7}\times\frac{(6)^2\times 60}{360} \text{ सेमी}^2$$

$$= \frac{22}{7}\times\frac{6\times 6\times 60}{360} \text{ सेमी}^2$$

$$= \frac{132}{7} \text{ सेमी}^2$$

$\therefore$ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \dfrac{132}{7}$ सेमी^{2}। **उत्तर**

अथवा

हल : वृत्त की परिधि = 22 cm

$$2\pi R = 22$$

$$R = \frac{22\times 7}{2\times 22} = \frac{7}{2} \text{ cm}$$

$$R = \frac{7}{2}$$

केंद्रीय कोण [चतुर्थांश] (θ) = 90°

$\therefore$ चतुर्थांश का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi R^2\theta}{360} = \frac{\frac{22}{7}\times\frac{7}{2}\times\frac{7}{2}\times 90}{360}$$

$$= \frac{77}{8}\ \text{cm}^2$$

चतुर्थांश का क्षेत्रफल = $9.625\ \text{cm}^2$ **उत्तर**

खण्ड—ग

खण्ड-ग में 3 अंकों के 6 प्रश्न हैं।

26. मान लीजिए कि $3\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है।

$\therefore$ हम सह अभाज्य पूर्णांक a और b प्राप्त कर सकते हैं जहाँ $b \neq 0$ है।

इसलिए $\quad 3\sqrt{2} = \dfrac{a}{b}$

$\Rightarrow \quad \sqrt{2} = \dfrac{a}{2b} \quad$ ...(1)

क्योंकि दो पूर्णांकों का भागफल एक परिमेय संख्या होती है।

$\therefore \quad \dfrac{a}{3b}$ = परिमेय संख्या

अतः समीकरण (1) से $\sqrt{2}$ भी एक परिमेय संख्या है।

परंतु यह इस तथ्य का विरोधाभास है कि $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

$\therefore$ हमारी कल्पना गलत है।

अतः $3\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है। **उत्तर**

27. दिया गया है कि शून्यकों का योग तथा शून्यकों का गुणनफल क्रमशः $\dfrac{1}{4}$ और -1 है।

मान लीजिए कि $ax^2 + bx + c$ एक द्विघात बहुपद है तथा α और β इसके शून्यक हैं।

$\therefore \quad \alpha + \beta$ = शून्यकों का योग = $\dfrac{1}{4}$

और $\quad \alpha\beta$ = शून्यकों का गुणनफल = -1

अब, $ax^2 + bx + c$

$= k\,(x - \alpha)\,(x - \beta)$

जहाँ k कोई अचर है।

$= k\,[x^2 - (\alpha + \beta)\,x + \alpha\beta]$

$$= k\left[x^2 - \frac{1}{4}x + (-1)\right]$$

$$= k\left[x^2 - \frac{1}{4}x - 1\right]$$

k के भिन्न-भिन्न मानों के लिए, हम भिन्न-भिन्न द्विघात बहुपद प्राप्त करते हैं। **उत्तर**

28. मान लीजिए नियत भाड़ा = x

प्रति कि० मी० भाड़ा = y

प्रश्नानुसार

$x + 10y = 105 \quad$ ...(*i*)

$x + 15y = 155 \quad$ ...(*ii*)

समीकरण (*ii*) में से (*i*) को घटाने पर

$(x + 154) - (x + 10y) = 155 - 105$

$15y - 10y = 50 \Rightarrow 5y = 50 \Rightarrow y = 10$

y का मान समीकरण (*i*) में रखने पर

$x + 10\,(10) = 105$

$x + 100 = 105 \Rightarrow x = 105 - 100$

$x = 5$

अतः नियत भाडा = x = 5 रु

प्रति कि०मी० भाडा = y = 10

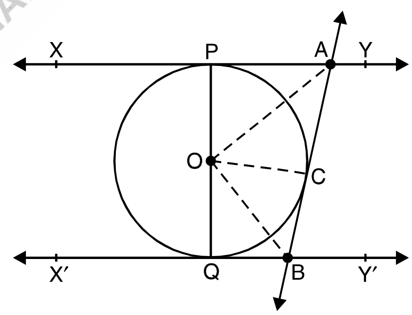
25 कि०मी० के लिए भाडा

$= x + 25y = 5 + 25\,(10)$

= 5 + 250 = 255 रु

अत : 25 कि०मी० यात्रा करने के लिए भाडा 255 रु होगा।

अथवा



दिया है : XY तथा X′Y′ केंद्र O वाले वृत्त पर दो समांतर स्पर्श रेखाएँ हैं और स्पर्श बिंदु C पर एक अन्य स्पर्श रेखा AB, XY को A तथा X′Y′ को B पर प्रतिच्छेद करती है।

सिद्ध करना है : $\angle AOB = 90^\circ$

रचना : OC, OA और OB को मिलाइए।

उपपत्ति : क्योंकि बाह्य बिंदु से किसी वृत्त पर खींची गई दोनों स्पर्श रेखाओं की लंबाइयाँ समान होती हैं।

अब, A वृत्त के बाहर कोई बिंदु है जिसमें से दो स्पर्श रेखाएँ PA और AC वृत्त पर खींची गई हैं।

$\therefore \quad PA = AC$

साथ ही, Δ POA और Δ AOC में,

$PA = AC$ (प्रमाणित)

$OA = OA$ (उभयनिष्ठ भुजा)

$OP = OC$ (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ)

$\therefore \quad \Delta POA \cong \Delta AOC$ [SSS सर्वांगसमता]

और $\angle PAO = \angle CAO$ [CPCT]

या $\angle PAC = 2\angle PAO = 2\angle CAO$ ...(1)

इसी प्रकार $\angle QBC = 2\angle OBC = 2\angle OBQ$ ...(2)

अब, $\angle PAC + \angle QBC = 180^\circ$

दो समांतर रेखाओं के बीच एक तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंत: कोणों का योग 180° होता है।

या $2\angle CAO + 2\angle OBC = 180^\circ$

[(1) और (2) का प्रयोग करने पर]

या $\angle CAO + \angle OBC = \dfrac{180^\circ}{2} = 90^\circ$ ...(3)

अब, ΔOAB में,

$\angle CAO + \angle OBC + \angle AOB = 180^\circ$

$90^\circ + \angle AOB = 180^\circ$

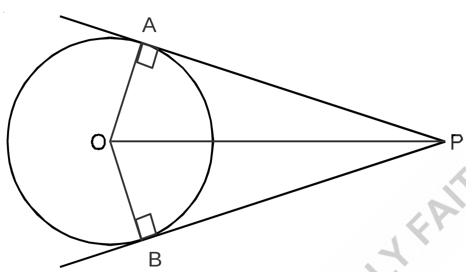
[(3) का प्रयोग करने पर]

या $\angle AOB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

अतः, $\angle AOB = 90^\circ$

29. दी गई आकृति में OA त्रिज्या है और AP वृत्त पर स्पर्श रेखा है।

$\therefore \angle OAP = 90^\circ$



इसी प्रकार, $\angle OBP = 90^\circ$

अब समकोण ΔPAO और ΔPBO में,

$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$

$OP = OP$ (उभयनिष्ठ भुजा)

$OA = OB$ (एक ही वृत्त की त्रिज्याएँ)

$\therefore$ $\Delta PAO \cong \Delta PBO$ [RHS सर्वांगसमता]

$\therefore$ $\angle AOP = \angle BOP$

या $\angle AOP = \angle BOP = \dfrac{1}{2}\angle AOB$ ...(1)

साथ ही, चतुर्भुज OAPB में,

$\angle OBP + \angle BPA + \angle PAO + \angle AOB = 360^\circ$

$90^\circ + 80^\circ + 90^\circ + \angle AOB = 360^\circ$

$\angle AOB = 360^\circ - 260^\circ$

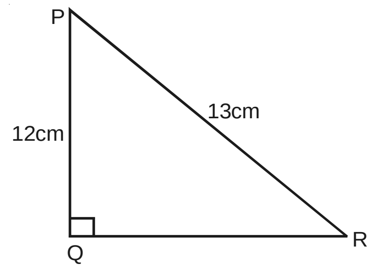
$\angle AOB = 100^\circ$ ...(2)

समीकरण (1) और (2) से, हमें प्राप्त होता है

$\angle AOP = \angle BOP$

$= \dfrac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$. **उत्तर**

30.



दिया है PQ = 12cm, PR = 13cm

पाईथागोरस प्रमेय के अनुसार

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$

$(13)^2 = (12) + QR^2$

$169 = 144 + QR^2$

$QR^2 = 169 - 144$

$QR^2 = 25$

QR = 5cm

अब, हम जानते हैं कि $\cot R = \dfrac{\angle R \text{ की आसन भुजा}}{\angle R \text{ की सम्मुख भुजा}}$

इसलिए $\text{Cot } R = \dfrac{QR}{PQ} = \dfrac{5}{12}$

$\tan P = \dfrac{\angle P \text{ की विपरीत भुजा}}{\angle P \text{ की आसन्न भुजा}}$

अत: $\tan P = \dfrac{QR}{PQ} = \dfrac{5}{12}$

तो $\tan P - \cot R = \dfrac{5}{12} - \dfrac{5}{12} = 0$

अथवा

$\dfrac{\cos A - \sin A + 1}{\cos A + \sin A - 1}$

(अंश और हर को sin A से विभाजित करने पर)

$= \dfrac{\dfrac{\cos A}{\sin A} - \dfrac{\sin A}{\sin A} + \dfrac{1}{\sin A}}{\dfrac{\cos A}{\sin A} + \dfrac{\sin A}{\sin A} - \dfrac{1}{\sin A}}$

$= \dfrac{\cot A - 1 + \text{cosec } A}{\cot A + 1 - \text{cosec } A}$

($\because$ *$\text{cosec}^2 A = 1 + \cot^2 A$*

अर्थात्, $\text{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$)

$$= \frac{(\text{cosec A} + \cot \text{A}) - (\text{cosec}^2 \text{A} - \cot^2 \text{A})}{\{1 + \cot \text{A} - \text{cosec A}\}}$$

$[\because (a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$

$$= \frac{(\text{cosec A} + \cot \text{A}) \times \{1 - (\text{cosec A} - \cot \text{A})\}}{\{1 + \cot \text{A} - \text{cosec A}\}}$$

$$= \frac{(\text{cosec A} + \cot \text{A}) \times \{1 + \cot \text{A} - \text{cosec A}\}}{\{1 + \cot \text{A} - \text{cosec A}\}}$$

$$= \frac{(\text{cosec A} + \cot \text{A}) - (\text{cosec A} + \cot \text{A}) \times (\text{cosec A} - \cot \text{A})}{\{1 + \cot \text{A} - \text{cosec A}\}}$$

$= \text{cosec A} + \cot \text{A}$

= R.H.S.

31. (*i*) लाल रंग की तस्वीर वाला पत्ता

लाल रंग के पत्तो में Heart और Diamond होते हैं।

इसलिए लाल रंग की तस्वीर वाले पतों की संख्या = 3 + 3 = 6

$$\text{P (लाल तस्वीर वाला पत्ता)} = \frac{\text{लाल तस्वीर वाले पत्तों की संज़्या}}{\text{कुल पत्तों की संज़्या}}$$

$$= \frac{6}{52} = \frac{3}{26}$$

(*ii*) पान का गुलाम

पान में केवल एक गुलाम होता है।

इसलिए पान का गुलाम की संख्या = 1

$$\text{P (पान का गुलाम)} = \frac{\text{पान के गुलाम की संज़्या}}{\text{कुल पत्तों की संज़्या}} = \frac{1}{52}$$

खण्ड—घ

खण्ड-घ में 5 अंकों के 4 प्रश्न हैं।

32. दो स्टेशनों के बीच की दूरी = 168 किमी

मान लीजिए सवारी गाड़ी की चाल = x किमी/घंटा

$\therefore$ एक्सप्रेस गाड़ी की चाल = $(x + 14)$ किमी/घंटा

$$\text{सवारी गाड़ी द्वारा लिया गया समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} \quad \left(\because \text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}\right)$$

$$= \frac{168}{x} \text{ घंटे}$$

$$\text{एक्सप्रेस गाड़ी द्वारा लिया गया समय} = \frac{168}{x+14} \text{ घंटे}$$

प्रश्न अनुसार,

$$\frac{168}{x} - \frac{168}{x+14} = 1$$

या $$\frac{168(x+14) - 168}{x(x+14)} = 1$$

या $$\frac{\cancel{168x^2} + 2352 - \cancel{168x}}{x^2 + 14x} = 1$$

या $$2352 = x^2 + 14x$$

या $$x^2 + 14x - 2352 = 0$$

इसकी तुलना $ax^2 + bx + c = 0$ से करने पर,

$$a = 1, b = 14, c = -2352$$

$$b^2 - 4ac = (14)^2 - 4 \times 1 \times (-2352)$$

$$= 196 + 9408 = 9604$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-14 \pm \sqrt{9604}}{2 \times 1} = \frac{-14 \pm 98}{2}$$

$$= \frac{-14 + 98}{2} \text{ और } \frac{-14 - 98}{2}$$

$$= \frac{84}{2} \text{ और } \frac{-112}{2}$$

$= 42$ और -56.

किसी रेलगाड़ी की चाल ऋणात्मक नहीं हो सकती। इसलिए हम $x = -56$ को छोड़ देते हैं।

$\therefore \quad x = 42$

अत: सवारी गाड़ी की चाल = 42 किमी/घंटा

एक्सप्रेस गाड़ी की चाल

= (42 + 14) = 56 किमी/घंटा। **उत्तर**

अथवा

माना दोनों क्रमागत विषम धनात्मक पूर्णांकों में छोटा पूर्णांक = x है। दूसरा पूर्णांक = $x + 2$ होगा

प्रश्न के अनुसार,

$$(x)^2 + (x + 2)^2 = 290$$

अर्थात् $$x^2 + x^2 + 4x + 4 = 290$$

अर्थात् $$2x^2 + 4x - 286 = 0$$

अर्थात् $$x^2 + 2x - 143 = 0$$

जो x में एक द्विघात समीकरण है :

द्विघाती सूत्र का प्रयोग करके हम प्राप्त करते हैं :

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 572}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{576}}{2} = \frac{-2 \pm 24}{2}$$

अर्थात् $x = 11$ या $x = -13$

परन्तु x धनात्मक विषम पूर्णांक दिया है।

अत: $x = 11$ होगा, क्योंकि $x \pm -13$

अत: दोनों क्रमागत पूर्णाक 11 और 13 है। **उत्तर**

33. $\angle BOC = 125^\circ$

$\angle CDO = 70^\circ$

DOC एक सरल रेखा है।

$\therefore\ \angle DOC + \angle COB = 180^\circ$

$\angle DOC + 125^\circ = 180^\circ$

$\angle DOC = 180^\circ - 125^\circ$

$\angle DOC = 55^\circ$

$\angle DOC = \angle AOB = 55^\circ$ [शीर्षाभिमुख कोण]

$\therefore\ \Delta ODC \sim \Delta OBA$

$\angle D = \angle B = 70^\circ$

ΔDOC में, $\angle D + \angle O + \angle C = 180^\circ$

$70^\circ + 55^\circ + \angle C = 180^\circ$

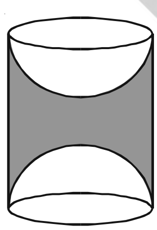
$\angle C = 180^\circ - 70^\circ - 55^\circ$

$\angle C = 55^\circ$

$\angle C = \angle A = 55^\circ$

$$\therefore \left.\begin{aligned}\angle DOC = 55^\circ\\ \angle DCO = 55^\circ\\ \angle OAB = 55^\circ\end{aligned}\right\}$$ **उत्तर**

34.



दिए गए आँकड़े : बेलन की ऊँचाई (h) = 10 सेमी

आधार की त्रिज्या (r) = 3.5 सेमी

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (Curved Surface Area, CSA) = $2\pi rh$

यहाँ, r = 3.5 सेमी और h = 10 cm

इसलिए, बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2 \times \dfrac{22}{7} \times 3.5 \times 10 = 220$ सेमी^{2}

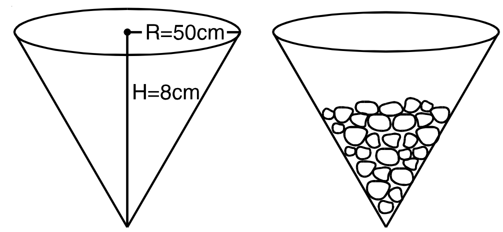
किसी एक अर्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$

दोनों अर्धगोलों का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2 \times 2\pi r^2$

अब, दो अर्धगोलों का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2 \times 2\pi r^2$

$= 2 \times 2 \times \dfrac{22}{7} \times (3.5)^2 = 4 \times \dfrac{22}{7} \times 12.25 = 154$ सेमी^{2}

अथवा



शंकु की त्रिज्या (R) = 5 cm

शंकु की ऊँचाई (H) = 8 cm

सीसे की प्रत्येक गोली की त्रिज्या (r) = 0.5 cm

मान लीजिए शंकु में डाली गई गोलियों की संख्या = N

तो पानी का एक चौथाई भाग बाहर निकल जाता है।

N [सीसे की एक गोली का आयतन]

$= \dfrac{1}{4}$ शंकु में पानी का आयतन

$$N\left[\frac{4}{3}\pi r^3\right] = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{3}\pi R^2 H\right]$$

$$N\left[\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times 0.5\times 0.5\times 0.5\right]$$

$$= \frac{1}{12}\times\frac{22}{7}\times 5\times 5\times 8$$

$$N = \frac{\frac{1}{12}\times\frac{22}{7}\times 5\times 5\times 8}{\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times 0.5\times 0.5\times 0.5}$$

$$= \frac{\frac{1}{12}\times\frac{22}{7}\times 5\times 5\times 8 \times 10\times 10\times 10}{\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}\times 5\times 5\times 5}$$

$$= \frac{1}{4\times 4}\times 8\times 2\times 10\times 10$$

$= 10 \times 10 = 100$

सीसे की गोलियों की संख्या = 100. **उत्तर**

35.

साक्षरता दर (% में)	नगरों की संख्या (f_i)	वर्ग चिह्न (x_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$ या $u_i = \frac{x_i - 70}{10}$	$f_i u_i$
45–55	3	50	– 2	– 6
55–65	10	60	– 1	– 10
65–75	11	70	0	0
75–85	8	80	1	8
85–95	3	90	2	6
योग	$\Sigma f_i = 35$			$\Sigma f_i u_i = -2$

उपरोक्त आँकड़ों से,

कल्पित माध्य (a) = 70

वर्ग माप (h) = 10

$$\therefore \quad \bar{u} = \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} = \frac{-2}{35} = -0.057$$

सूत्र का प्रयोग करने पर,

$$\text{माध्य } (\overline{X}) = a + h\bar{u}$$

$$\overline{X} = 70 + 10\,(-0.057)$$

$$= 70 - 0.57 = 69.43$$

अतः, माध्य साक्षरता दर 69.43% है। **उत्तर**

खण्ड—ङ

प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न

36. (*i*) यहाँ समय हर दिन घट रहा है, इसलिए यह एक अंकगणितीय श्रेढ़ी (Arithmetic Progression - A.P.) है।

पहला पद (a_1) = 120 सेकंड

हर दिन का समय 2 सेकंड कम होता,स अर्थात समान अंतर d = –2

इस प्रकार समांतर श्रेढ़ी होगी :

120, 118, 116, 114, ...

यह एक अवरोही (Decreasing) A.P. है।

(*ii*) A.P. का n वाँ पद (a_n) प्राप्त करने का सामान्य सूत्र है:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \times d$$

(*iii*) अपने उद्देश्य की प्राप्ति के लिए उसे कम-से-कम कितने दिनों की आवश्यकता है?

यहाँ a_n = 31 सेकंड है।

हम जानते हैं कि : $a_n = a_1 + (n - 1) \times d$

$31 = 120 + (n - 1) \times (-2)$

$31 = 120 - 2\,(n - 1)$

$31 = 120 - 2n + 2$

$31 = 122 - 2n$

$2n = 122 - 31$

$2n = 91$

$n = \frac{91}{2}$ 45.5

चूँकि n पूर्णांक होना चाहिए, इसलिए 46वें दिन वह अपने लक्ष्य को प्राप्त करेगा।

$a_n = 2_n + 3$

सामान्य रूप से, A.P. का सार्वअंतर (Common Difference) = $a_2 - a_1$

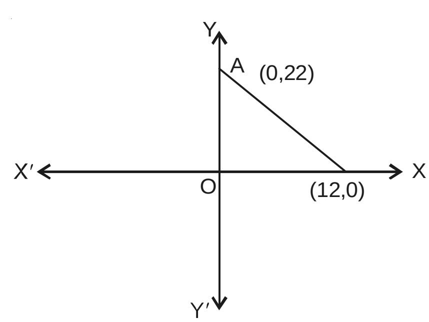
$a_1 = 2 \times 1 + 3 = 5$

$a_2 = 2 \times 2 + 3 = 7$

अब, सार्वअंतर:

$D = a_2 - a_1 = 7 - 5 = 2$

37.



(*i*) मूल बिंदु O के निर्देशांक = (0,0)

(*ii*) दूरी सूत्र :

$$\text{दूरी} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

जहाँ $(x_1, y_1) = (0,0)$ और $(x_2, y_2) = (12, 0)$

दूरी = $\sqrt{(12-0)^2+(0-0)^2}$

दूरी = $\sqrt{12^2} = \sqrt{144} = 12$ यूनिट

अत : बिंदु B की मूल बिंदु से दूरी = 12 यूनिट।

(*iii*) दूरी सूत्र

दूरी = $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

जहाँ $(x_1, y_1) = (0,0)$ और $(x_2, y_2) = (0, 22)$

दूरी = $\sqrt{(0-0)^2+(22-0)^2}$

दूरी = $\sqrt{22^2} = \sqrt{484} = 22$ यूनिट।

अत: बिंदु A की मूल बिंदु से दूरी = 22 यूनिट

अथवा

AB के मध्य बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

AB के मध्य बिंदु

$$\frac{0+12}{2}, \frac{22+0}{2} \Rightarrow \frac{12}{2}, \frac{22}{2} \quad (6,11)$$

अत: AB के मध्य बिंदु के निर्देशांक = (6, 11)

38. (*i*) $\cot 45° = 1/\tan 45° = \frac{1}{1} = 1$

(*ii*) $\cot 60° = 1/\tan 60° = \frac{1}{\sqrt{3}}$

(*iii*) भवन और टॉवर के बीच की दूरी

त्रिभुज OAC (जहाँ C टॉवर का पाद, और A भवन का शिखर)

त्रिभुज OAC में (अवनमन कोण 45°)

$$\tan 45° \ \frac{\text{भवन की ऊँचाई}}{\text{भवन और टॉवर के बीच की दूरी } (d)}$$

$$1 = \frac{7}{d}, \quad d = 7 \text{ मीटर}$$

अत: भवन और टॉवर के बीच की दूरी = 7 मीटर

अथवा

टॉवर की कुल ऊँचाई = h, और भवन की ऊँचाई = 7 मीटर

अत: टॉवर की शेष ऊँचाई = $h - 7$ मीटर

$$\tan 60° \ \frac{\text{टॉवर की शेष ऊँचाई } (h-7)}{\text{भवन और टॉवर के बीच की दूरी } (d)}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h-7}{7}$$

$$h - 7 = 7\sqrt{3}$$

$$h - 7 + 7\sqrt{3}$$

$$h - 7\,(1 + \sqrt{3}\,)$$

टॉवर की कुल ऊँचाई = $7\,(1 + \sqrt{3}\,)$ मीटर ≈ 19.12 मीटर।

Holy Faith New Style Sample Paper–6

(Based on the Latest Design & Syllabus Issued by CBSE)

CLASS—10th

Mathematics (Basic)

समय : 3 घंटे **पूर्णांक : 80**

निर्देश : इसके लिये *Holy Faith New Style Sample Paper*—1 देखें।

खण्ड—क

खण्ड-क में 1 अंक के 20 प्रश्न हैं।

1. (B) $2-\sqrt{3}$

2. (B) कोई हल नहीं

3. (B) 7 सेमी

4. (A) 13

5. (A) 7 सेमी

6. (D) $\frac{12}{13}$.

7. (D) 65°.

8. (B) $(x + 1)^2 = 2(x - 3)$

9. (B) 8.1

10. (C) 17 सेमी

11. (B) 5, –2

12. (C) $\frac{5}{3}$

13. (B) 480 मी^{3}

14. $\frac{1}{13}$

15. (C) 5

16. (B) 8

17. (A) (–7, 0)

18. (C) 0.3

19. (*b*) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।

20. (*a*) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

खण्ड—ख

खण्ड-ख में 2 अंकों के 5 प्रश्न हैं।

21. $196 = (2)(98)$
$= (2)(2)(49) = (2)(2)(7)(7)$
$= (2)^2(7)^2$ **उत्तर**

अथवा

$26 = (2)\ (13)$ तथा $91 = (7)(13)$

अतः 26 और 91 का HCF = 13 **उत्तर**

22. संभावित परिणामों की कुल संख्या = 36

योग 8 के परिणाम (2, 6), (3, 5), (4, 4) (5, 3), (6, 2)

अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

योग 8 होने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{संभावित परिणामों की कुल संख्या}} = \frac{5}{36}.$$ **उत्तर**

अथवा

संभावित परिणामों की कुल संख्या = 36

($\because$ दोनों पासों की संख्याओं का योग 6 + 6 = 12 से अधिक संभव नहीं है।)

$\therefore$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 0

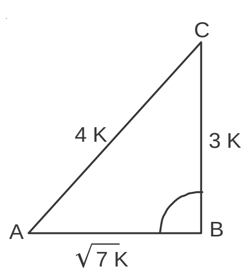
अतः योग 13 होने की प्रायिकता $= \frac{0}{36} = 0.$ **उत्तर**

23. मान लीजिए ABC कोई समकोण त्रिभुज है जिसमें कोण B पर समकोण है।

हम जानते हैं कि $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}$

अतः यदि BC = 3K, तब AC = 4K, जहाँ K घन संख्या है।

अब पाइथागोरस प्रमेय लागू करने पर हमें यह प्राप्त होता है।



$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$\Rightarrow AB^2 = AC^2 - BC^2 = (4K)^2 - (3K)^2$$
$$= 16K^2 - 9K^2 = 7K^2$$

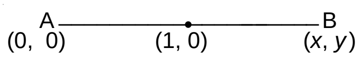
इसलिए $AB = \sqrt{7}K$

अत: $\cos A = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{\sqrt{7}\,K}{4K} = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$ **उत्तर**

24. मध्य-बिंदु है : $\left(\dfrac{7-3}{2}, \dfrac{6-4}{2}\right)\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}, \dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$

$= \left(\dfrac{4}{2}, \dfrac{2}{2}\right) = (2, 1)$. **उत्तर**

25. मान लीजिए के दूसरे सिरे के निर्देशांक (x, y) हैं।



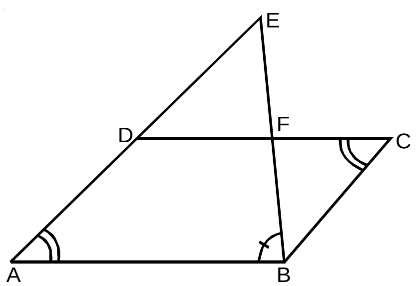
$\therefore \quad \dfrac{0+x}{2} = 1$ और $\dfrac{0+y}{2} = 0$

$\Rightarrow \quad x = 2$ और $\quad y = 0$

खण्ड—ग

खण्ड-ग में 3 अंकों के 6 प्रश्न हैं।

26. **दिया है :** समांतर चतुर्भुज ABCD की बढ़ाई गई भुजा AD पर स्थित E एक बिंदु है तथा BE भुजा CD को F पर प्रतिच्छेद करती है।



सिद्ध करना है : $\Delta ABE \sim \Delta CFB$

उपपत्ति : ΔABE और ΔCFB में,

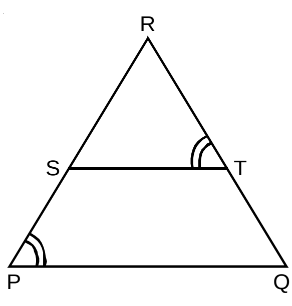
$\angle A = \angle C$ (|| gm के सम्मुख कोण)

$\angle ABE = \angle CFB$ (एकांतर कोण)

$\therefore \Delta ABE \sim \Delta CFB$ (AA समरूपता कसौटी)

अथवा

दिया है : ΔPQR की भुजाओं PR और QR पर क्रमश: बिंदु S और T इस प्रकार स्थित हैं कि $\angle P = \angle RTS$ है।



सिद्ध करना है : $\Delta RPQ \sim \Delta RTS$

उपपत्ति : ΔRPQ और ΔRTS में,

$\angle P = \angle RTS$ (दिया है)

$\angle R = \angle R$ (उभयनिष्ठ)

$\therefore \Delta RPQ \sim \Delta RTS$ [AA समरूपता कसौटी]

27. मान लीजिए इकाई का अंक $= x$

दहाई का अंक $= y$

$\therefore$ अभीष्ट संख्या $= 10y + x$

पहली शर्त के अनुसार,

$x + y = 9 \quad$ ...(1)

उल्टाने पर

इकाई का अंक $= y$

दहाई का अंक $= x$

$\therefore$ संख्या $= 10x + y$

दूसरी शर्त अनुसार,

$9\,[10y + x] = 2[10x + y]$

या $\quad 90y + 9x = 20x + 2y$

या $90y + 9x - 20x - 2y = 0$

या $\quad -11x + 88y = 0$

या $\quad x - 8y = 0 \quad$ ...(2)

अब, (2) – (1) से प्राप्त होता है

$x - 8y = 0$

$x + y = 9$

$- \quad - \qquad -$

$-9y = -9$

$y = 1$

y का यह मान (2) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$x - 8 \times 1 = 0$

या $\quad x = 8$

अत:, अभीष्ट संख्या

$= 10y + x$

$= 10 \times 1 + 8 = 18$. **उत्तर**

28. द्विघात समीकरण की तुलना

$ax^2 + bx + c = 0$ से करने पर $a = 9$, $b = -6$, $c = 1$

$\therefore$ विविकतकर $= D = b^2 - 4ac$

$= (6)^2 - 4 \times 9 \times 1 = 36 - 36 = 0$

$D = 0$, अत: मूल वास्तविक व समान हैं।

अब, $x = \dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \dfrac{-(-6)+\sqrt{0}}{2\times 9} = \dfrac{6\pm 0}{18}$

$= \dfrac{6}{18} = \dfrac{1}{3}$

अत: दी गई सभी करण के मूल $\dfrac{1}{3}$ और $\dfrac{1}{3}$ है। **उत्तर**

29. $\sin(A + B) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \quad \sin(A + B) = \sin 60^\circ$

$\Rightarrow \quad A + B = 60°$ ...(1)

$\sin(A - B) = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \quad \sin(A - B) = \sin 30°$

$\Rightarrow \quad A - B = 30°$ ...(2)

(1) और (2) को जोड़ने पर, हमें प्राप्त होता है :

$$A + B = 60°$$
$$A - B = 30°$$
$$2A = 90°$$
$$A = \frac{90°}{2} = 45°$$

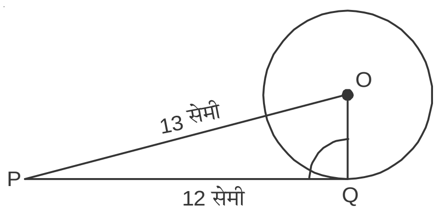
A का यह मान (1) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$$45° + B = 60°$$

$\Rightarrow \quad B = 60° - 45° = 15°$

अत: $\quad A = 45°, B = 15°$ **उत्तर**

30. एक वृत्त जिसका केन्द्र 0 है। वाह्य बिन्दु P से स्पर्श रेखा की लंबाई 12 सेमी है। P की केन्द्र से दूरी PO = 13 सेमी है।



$\because$ PQ स्पर्श रेखा है तथा OQ वृत्त की त्रिज्या है।

$\therefore \angle OQP = 90° \;\therefore$ OQP एक समकोण त्रिभुज है।

पाइथागोरस प्रमेय से

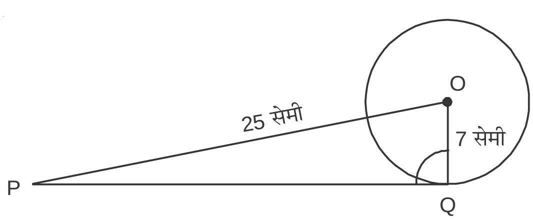
$$(OQ)^2 + (PQ)^2 = (PO)^2$$
$$(OQ)^2 + (12)^2 = (13)^2$$
$$(OQ)^2 = 169 - 144 = 25 = (5)^2$$

$\therefore \quad OQ = 5$

अत: वृत्त की त्रिज्या 5 सेमी है। **उत्तर**

अथवा

एक वृत्त लीजिए जिसका केन्द्र O है और त्रिज्या 7 सेमी है।
P की केन्द्र से दूरी OP = 25 सेमी



समकोण त्रिभुज OQP में,

$$OP^2 = OQ^2 + PQ^2 \quad \text{[पाइथागोरस प्रमेय]}$$

$\therefore \quad (25)^2 = (7)^2 + PQ^2$

$$625 = 49 + PQ^2$$
$$PQ^2 = 625 - 49 = 576 = (24)^2$$

अत: वृत्त की स्पर्श रेखा की लंबाई = 24 सेमी **उत्तर**

31. मान लीजिए कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। इसलिए हम ऐसे दो पूर्णांक r और s जहाँ $s \neq 0$ प्राप्त कर सकते हैं कि

$$\sqrt{5} = \frac{r}{s}$$

मान लीजिए r और s के 1 के अतिरिक्त अन्य कुछ गुणनखंड हैं, तो हम उस उभयनिष्ठ गुणनखंड से भाग देकर प्राप्त कर सकते हैं :

$\sqrt{5} = \dfrac{a}{b}$ जहाँ a और b, $b \neq 0$ सहअभाज्य है।

$\Rightarrow \quad b\sqrt{5} = a$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$\Rightarrow \quad (b\sqrt{5})^2 = a^2$

$\Rightarrow \quad b^2(\sqrt{5})^2 = a^2$

$\Rightarrow \quad 5b^2 = a^2$

$\therefore$ 5, a^2 को विभाजित करता है। ...(1)

प्रमेय से यदि एक अभाज्य संख्या 'p', a^2 को विभाजित करता है, तो 'p', a जहाँ a एक पूर्णांक है, को भी विभाजित करता है।

$\Rightarrow$ 5, a को भी विभाजित करता है। ...(2)

अत:, $a = 5c$ जहाँ c कोई पूर्णांक है।

a का मान (1) में प्रतिस्थापित करने पर,

$$5b^2 = (5c)^2$$
$$5b^2 = 25c^2$$
$$b^2 = 5c^2$$

या $\quad 5c^2 = b^2$

$\Rightarrow$ 5, b^2 को विभाजित करता है।

$\because$ प्रमेय से यदि एक अभाज्य संख्या 'p', a^2 को विभाजित करता है, तो 'p', a जहाँ a एक पूर्णांक है, को भी विभाजित करता है।

$\Rightarrow$ 5, b को भी विभाजित करता है। ...(3)

(2) और (3) से, a और b का कम-से-कम एक उभयनिष्ठ गुणनखंड 5 है।

परंतु यह इस तथ्य का विरोधाभास है कि a और b अविभाज्य है अर्थात् इनके 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखंड हैं।

हमारी यह कल्पना कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। गलत है।

अत: $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। **उत्तर**

खण्ड—घ

खण्ड-घ में 5 अंकों के 4 प्रश्न हैं।

32. दिया गया समीकरण युग्म है :

$2x - y = 2$ ...(1)

तथा $\quad 4x - y = 8$ ...(2)

समीकरण (1) से

$$2x - y = 2$$

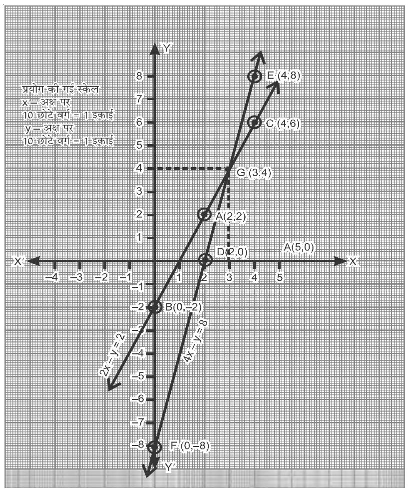
$\Rightarrow \quad y = 2x - 2$

बिन्दुओं D (2, 0), E (4, 8) और F (0, –8) को आलेखित करने

और उनको मिलाते हुए रेखा खीचने पर हमें समीकरण $4x - y = 8$ का आलेख प्राप्त होता है।

आलेख से यह स्पष्ट है कि दोनों रैखिक समीकरण बिन्दु G (3,4) पर मिलते हैं।

अत : $x = 3$, $y = 4$. **उत्तर**



अथवा

हल : मान लीजिए दी गई भिन्न का हर = x

मान लीजिए दी गई भिन्न का अंश = y

$\therefore$ अभीष्ट भिन्न = $\dfrac{x}{y}$

पहली शर्त अनुसार,

$$\frac{x+2}{y+2} = \frac{9}{11}$$

या $\quad 11(x+2) = 9(y+2)$

या $\quad 11x + 22 = 9y + 18$

या $\quad 11x = 9y + 18 - 22$

या $\quad 11x = 9y - 4$

या $\quad x = \dfrac{9y-4}{11}$ ...(1)

दूसरी शर्त अनुसार,

$$\frac{x+3}{y+3} = \frac{5}{6}$$

या $\quad 6(x+3) = 5(y+3)$

या $\quad 6x + 18 = 5y + 15$

या $\quad 6x - 5y = 15 - 18$

या $\quad 6x - 5y = -3$ ...(2)

x का यह मान समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर, हमें प्राप्त होता है :

$$6\left[\frac{9y-4}{11}\right] - 5y = -3$$

या $\quad \dfrac{54y-24}{11} - 5y = -3$

या $\quad \dfrac{54y-24-55y}{11} = -3$

या $\quad -y - 24 = -3 \times 11$

या $\quad -y = -33 + 24$

या $\quad -y = -9$

या $\quad y = 9$

y का यह मान समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर, हमें प्राप्त होता है :

$$x = \frac{9 \times 9 - 4}{11} = \frac{81-4}{11}$$

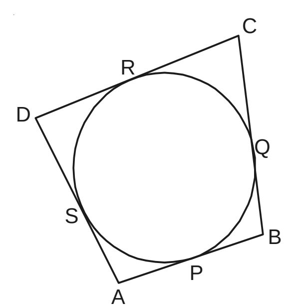
$$= \frac{77}{11} = 7$$

अत:, अभीष्ट भिन्न $\dfrac{7}{9}$ है। **उत्तर**

33. **दिया है :** वृत्त के परिगत एक चतुर्भुज ABCD खींचा गया है।

सिद्ध करना है : AB + CD = AD + BC

उपपत्ति : क्योंकि किसी बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाई बराबर होती है।



अब, B वृत्त के बाहर स्थित कोई बिंदु है और BP; BQ वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ हैं।

$\therefore \quad$ BP = BQ ...(1)

इसी प्रकार, $\quad$ AP = AS ...(2)

और $\quad$ CR = CQ ...(3)

साथ ही, $\quad$ DR = DS ...(4)

(1), (2), (3) और (4) को जोड़ने पर, हमें प्राप्त होता है

(BP + AP) + (CR + DR) = (BQ + CQ) + (AS + DS)

AB + CD = BC + AD

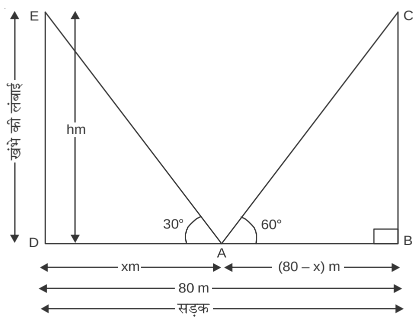
$\Rightarrow \quad$ AB + CD = AD + BC

अभीष्ट परिणाम है। **उत्तर**

34. मान लीजिए BC = DE = h m दो बराबर खंभों की ऊँचाई है और बिंदु A अभीष्ट बिंदु है जहाँ से दोनों खंभों के उन्नयन

कोण क्रमशः 30° और 60° हैं।

विभिन्न आयोजन आकृति में दिखाए अनुसार हैं।



समकोण ΔADE में,

$$\frac{ED}{DA} = \tan 30°$$

या $$\frac{h}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

या $$h = \frac{x}{\sqrt{3}} \quad ...(1)$$

समकोण ΔABC में,

$$\frac{BC}{AB} = \tan 60°$$

या $$\frac{h}{80-x} = \sqrt{3}$$

या $$h = (80-x)\sqrt{3} \quad ...(2)$$

(1) और (2) से, हमें प्राप्त होता है

$$\frac{x}{\sqrt{3}} = (80-x)\sqrt{3}$$

या $$x = (80-x)\sqrt{3} \times \sqrt{3}$$

या $$x = (80-x)\,3$$

या $$x = 240 - 3x$$

या $$4x = 240$$

या $$x = \frac{240}{4} = 60$$

x का मूल्य (1) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$h = \frac{60}{\sqrt{3}} = \frac{60}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{60\sqrt{3}}{3} = 20\sqrt{3}$$

$$= (20 \times 1.732) \text{ m} = 34.64 \text{ m}$$

∴ DA $= x = 60$ m

और AB $= 80 - x = (80-60)$ m $= 20$ m.

अतः, खंभे की ऊँचाई 34.64 m है और बिंदु की खंभों से दूरी क्रमशः 20 m और 60 m है। **उत्तर**

35.

दैनिक व्यय (₹ में)	परिवार की संख्या (f_i)	वर्ग चिह्न (x_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$ या $u_i = \frac{x_i - 225}{50}$	$f_i u_i$
100–150	4	125	– 2	– 8
150–200	5	175	– 1	– 5
200–250	12	225	0	0
250–300	2	275	1	2
300–350	2	325	2	4
योग	$\Sigma f_i = 25$			$\Sigma f_i u_i = -7$

उपरोक्त आँकड़ों से,

कल्पित माध्य (a) = 225

वर्ग माप (h) = 50

∴ $$\bar{u} = \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}$$

$$\bar{u} = -\frac{7}{25} = -0.28$$

सूत्र का प्रयोग करने पर,

माध्य $(\overline{X}) = a + h\bar{u}$

$$\overline{X} = 225 + 50(-0.28)$$

$$\overline{X} = 225 - 14$$

$$\overline{X} = 211.$$

अतः, भोजन पर हुआ माध्य व्यय ₹ 211 है। **उत्तर**

अथवा

भार (किलोग्राम में)	विद्यार्थियों की संख्या (f_i)	संचयी बारंबारता
40–45	2	2
45–50	3	5
50–55	8	13
55–60	6	19
60–65	6	25
65–70	3	28
70–75	2	30
योग	$\Sigma f_i = n = 30$	

यहाँ, $\Sigma f_i = n = 30$, तो $\frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$

जो कि वर्ग अंतराल 55 – 60 में स्थित है।

$\therefore$ माध्यक वर्ग = 55 – 60

अतः, $l = 55, n = 30, f = 6, cf = 13$ और $h = 5$

सूत्र का प्रयोग करने पर,

$$\text{माध्यक} = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$$

$$= 55 + \left[\frac{\frac{30}{2} - 13}{6}\right] \times 5$$

$$= 55 + \left(\frac{15-13}{6}\right) \times 5$$

$$= 55 + \frac{10}{6}$$

$$= 55 + 1.67 = 56.67$$

अतः माध्यक भार 56.67 किलोग्राम है। **उत्तर**

खण्ड—ङ

प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न

36. 1000, 1100, 1200, 1300, ... यह एक A.P. है।

(*i*) प्रथम पद (a) = 1000

सार्वअंतर (d) = 100

$n = 30$

$a_n = a + (n-1)d$

$a_{30} = 1000 + (30-1)\, 100$

$= 1000 + 2900 = 3900$

अतः उसके द्वारा 30 वीं किश्त में भुगतान की गई राशि = ₹ 3900.

(*ii*) 30 किशतों में भुगतान की गई राशि = S_{30} = ?

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

$$S_{30} = \frac{30}{2}[2 \times 1000 + (30-1)\, 100]$$

$$= 15[2000 + 2900] = 15\,(4900)$$

$$= 73500.$$

उसके द्वारा 30 किश्तों में भुगतान की गई राशि ₹ 73500।

(*iii*) 30 वीं किश्त के बाद भी उसे जिस राशि का भुगतान करना है = ₹ 1,18,000 – ₹ 73,500

= ₹ 44,500.

अथवा

यदि कुल किश्तें 40 हों तो

$a_{40} = a + 39d = 1000 + 3900 = 4900$

अतः अंतिम किश्त में भुगतान की गई राशि = ₹ 4900

37. **(*i*)** AA समरूपता की कसौटी

(*ii*) समरुप त्रिभुज

(*iii*) 4 सेकंड के बाद लड़की की खंभे से दूरी = 4 × 1.2 m

BD = 4.8 m

अथवा

$\Delta ABE \sim \Delta CDE$ ($\because$ AA समरूपता कसौटी)

$$\therefore \frac{BE}{DE} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{4.8 + x}{x} = \frac{3.6}{0.9}$$

$$\Rightarrow 4.8 + x = 4x \Rightarrow 3x = 4.8 \Rightarrow x = \frac{4.8}{3} = 1.6$$

अतः 4 सेकंड बाद लड़की की छाया की लंबाई 1.6 m है।

38. **(*i*)** कैप्सूल का व्यास (D) = 5 mm

बेलनाकार भाग की त्रिज्या (R) = अर्धगोले की त्रिज्या

$$R = \frac{5}{2} \text{ mm}$$

(*ii*) बेलनाकार भाग की ऊँचाई (H) = (कैप्सूल की लंबाई – R – R) mm

$$H = \left(14 - \frac{5}{2} - \frac{5}{2}\right) \text{mm}$$

$$= (14 - 5) \text{ mm} = 9 \text{ mm}$$

(*iii*) बेलनाकार भाग का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi RH$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{2} \times 9 \text{ mm}^2$$

$$= \frac{990}{7} \text{ mm}^2$$

अथवा

दो अर्धगोलाकार भागों का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi R^2$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{2} \text{ mm}^2$$

$$= \frac{275}{7} \text{ mm}^2$$

Holy Faith New Style Sample Paper–7

(Based on the Latest Design & Syllabus Issued by CBSE)

CLASS—10th

Mathematics (Basic)

समय : 3 घंटे **पूर्णांक : 80**

निर्देश : इसके लिये *Holy Faith New Style Sample Paper*—1 देखें।

खण्ड—क

खण्ड-क में 1 अंक के 20 प्रश्न हैं।

1. (C) $\sqrt{7}, -\sqrt{7}$
2. (B) 20 m, 16 m
3. (D) 50°.
4. (A) 38
5. (A) 22.05 π
6. (D) 7.
7. (D) 65°.
8. (A) $(x + 1)^2 = 2(x - 3)$
9. (A) 2
10. (C) $\sqrt{194}$ सेमी
11. (D) $\pm$ 4.
12. (D) 5.
13. (A) 240 सेमी^{3}
14. (C) $\frac{1}{2}$
15. (A) (– 7, 0)
16. (C) 4
17. (A) (1, 3)
18. (B) $\frac{1}{2}$
19. (*b*) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।
20. (*a*) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

खण्ड—ख

खण्ड-ख में 2 अंकों के 5 प्रश्न हैं।

21. 3825 के गुणनखंड

$= (3)^2 (425) \Rightarrow (3)^2 (5) (85) \Rightarrow (3)^2 (5)^2 (17)$

अथवा

मान लीजिए कि $5-\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है। हम सहअभाज्य ऐसी संख्याएँ *a* और $b (b \neq 0)$ ज्ञात कर सकते हैं कि $5-\sqrt{3} = \frac{a}{b}$ हो।

अतः $5-\frac{a}{b} = \sqrt{3}$

$\sqrt{3} = 5-\frac{a}{b}$

चूँकि *a* और *b* पूर्णांक हैं, इसलिए $5-\frac{a}{b}$ एक परिमेय संख्या है, अर्थात् $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

परंतु इससे इस तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय सांख्या है।

$\therefore$ हमारी कल्पना गलत है।

अतः $5-\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है। **उत्तर**

22. दो विद्यार्थियों के एक ही दिन होने की घटना को A मान लीजिए। $\therefore$ दो विद्यार्थियों के जन्म एक ही दिन न होने की घटना $\overline{A}$ है।

$\therefore \quad P(\overline{A}) = 0.992$

$\therefore \quad P(A) = 1 - P(\overline{A})$

$(\because P(A) + P(\overline{A}) = 1)$

$= 1 - 0.992 = 0.008$

$\therefore$ दो विद्यार्थियों का जन्म एक ही दिन होने की प्रायिकता 0.008 है। **उत्तर**

अथवा

संभव परिणामों की संख्या = 3 + 2 + 4 = 9

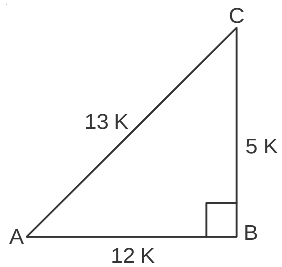
लाल गेदों की संख्या = 4

$\therefore$ अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

$$P(\text{लाल गेंद}) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संज़्या}}{\text{संभव परिणामों की संज़्या}}$$

$= \frac{4}{9}$ **उत्तर**

23. मान लीजिए ABC कोई समकोण त्रिभुज है जिसमें B पर समकोण है।



हम जानते हैं कि $\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{13}$.

अत: यदि AB = 12K, तब AC = 13K,
जहाँ K एक धन संख्या है।

अब पाइथागोरस प्रमेय लागू करने पर हमें प्राप्त होता है :

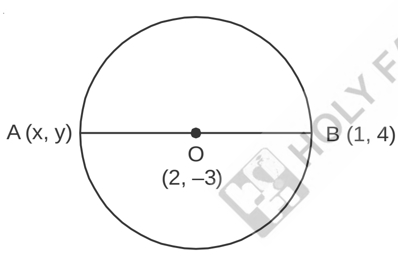
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$\Rightarrow \quad BC^2 = AC^2 - AB^2$$
$$= (13K)^2 - (12K)^2$$
$$= 169K^2 - 144K^2$$
$$= 25K^2$$

इसलिए BC = 5K

अब $\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{5K}{13K} = \frac{5}{13}$ **उत्तर**

24. मान लीजिए A के निर्देशांक (x, y) है।

वृत्त का केन्द्र O, AB का मध्यबिंदु है।



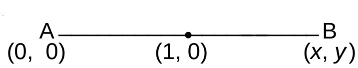
इसलिए $\frac{x+1}{2} = 2$ और $\frac{y+4}{2} = -3$

$\Rightarrow x + 1 = 4$ और $y + 4 = -6$

$\Rightarrow \quad x = 3$ और $\quad y = -10$

अत: A के निर्देशांक (3, –10) हैं। **उत्तर**

25. मान लीजिए के दूसरे सिरे के निर्देशांक (x, y) हैं।



$\therefore \frac{0+x}{2} = 1$ और $\frac{0+y}{2} = 0$

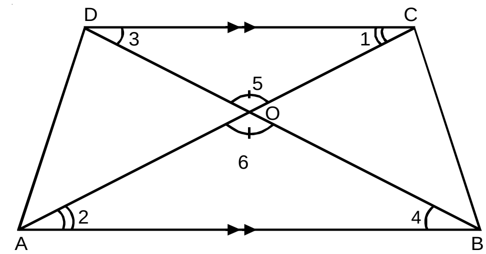
$\Rightarrow \quad x = 2$ और $\quad y = 0$

अत: दूसरे सिरे के निर्देशांक (2, 0) है। **उत्तर**

खण्ड—ग

खण्ड-ग में 3 अंकों के 6 प्रश्न हैं।

26.



दिया है : समलंब ABCD जिसमें AB || CD है और विकर्ण AC तथा BD परस्पर O पर प्रतिच्छेद करते हैं।

सिद्ध करना है : $\frac{OA}{BO} = \frac{CO}{OD}$

उपपत्ति : AB || DC

ΔDOC और ΔBOA में,

$\angle 1 = \angle 2$ (एकांतर कोण)

$\angle 5 = \angle 6$ (शीर्षाभिमुख कोण)

$\angle 3 = \angle 4$ (एकांतर कोण)

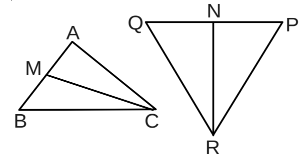
$\therefore \Delta DOC \sim \Delta BOA$ [AAA समरूपता कसौटी]

$\frac{DO}{BO} = \frac{OC}{OA}$

[यदि दो त्रिभुजें समरूप हों, तो संगत भुजाएँ समानुपाती होती हैं।}

$\Rightarrow \frac{OA}{BO} = \frac{CO}{DO}$

अथवा



$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ (दिया है)

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$ ...(1)

तथा $\angle A = \angle P$,

$\angle B = \angle Q$

और $\angle C = \angle R$ ...(2)

परंतु AB = 2 AM

और PQ = 2 PN

(क्योंकि CM और RN माध्यिकाएँ हैं।)

इसलिए (1) से, $\dfrac{2AM}{2PN} \simeq \dfrac{CA}{RP}$

अर्थात् $\dfrac{AM}{PN} = \dfrac{CA}{RP}$ ...(3)

साथ ही, $\angle MAC = \angle NPR$ [(2) से] ...(4)

इसलिए (3) और (4) से,

$\Delta AMC \sim \Delta PNR$ (SAS समरूपता)।

27. दिए गए समीकरण हैं :

$\sqrt{2}x+\sqrt{3}y = 0$ ...(1)

$\sqrt{3}x-\sqrt{8}y = 0$ ...(2)

समीकरण (1) को $\sqrt{3}$ से और समीकरण (2) को $\sqrt{2}$ से गुणा करके घटाने पर

$\sqrt{6}x+\sqrt{9}y = 0$ या $\sqrt{6}x+3y = 0$

$\sqrt{6}x-\sqrt{16}y = 0$ या $\sqrt{6}x-4y = 0$

$-$ $+$ $-$ $+$

$7y = 0$

$\Rightarrow$ $y = 0$

y का यह मान समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर

$\sqrt{2}x+\sqrt{3}\times 0 = 0$

$\therefore$ $x = 0$

अत: $x = 0, y = 0$. **उत्तर**

28. द्विघात समीकरण $x^2 - Kx + 9 = 0$ की तुलना $ax^2 + bx + c = 0$ से करने पर,

$a = 1, b = -K, c = 9$

क्योंकि मूल बराबर है :

$\therefore$ $D = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (-K)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0 \Rightarrow K^2 - 36 = 0 \Rightarrow K^2 = 36 \Rightarrow K = \pm 6$ **उत्तर**

29. मान लीजिए ABC कोई समकोण त्रिभुज है जिसमें कोण B पर समकोण है।

हम जानते हैं कि

$\sin A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{3}{4}$

अत: यदि BC = 3K, तब AC = 4K, जहाँ K एक धन संख्या है।

अत: पाइथागोरस प्रमेय लागू करने पर हमें यह प्राप्त होता है

$AC^2 = AB^2 = BC^2$

$\Rightarrow$ $AB^2 = AC^2 - BC^2$

$= (4K)^2 - (3K)^2$

$= 16K^2 - 9K^2$

$= 7K^2$

इसलिए $AB = \sqrt{7}K$

अत: $\tan = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{3K}{\sqrt{7}\,K} = \dfrac{3}{\sqrt{7}}$ **उत्तर**

30. मिनट की सुई की लम्बाई = वृत्त की त्रिज्या (R) = 14 सेमी

हमें ज्ञात है,

60 मिनट में रचित कोण = $360°$

1 मिनट में रचित कोण = $\dfrac{360°}{60} = 6°$

5 मिनट में रचित कोण = $\dfrac{360°}{60} \times 5 = 30°$

$\therefore$ त्रिज्यखंड का कोण $(\theta) = 30°$

अत: सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल = $\dfrac{\pi R^2 \theta}{360}$

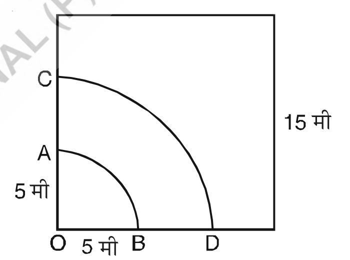
$= \dfrac{22}{7} \times (14)^2 \times \dfrac{30}{360}$ सेमी^{2}

$= \dfrac{22}{7} \times 14 \times 14 \times \dfrac{30}{360}$ सेमी^{2}

$= \dfrac{154}{3}$ सेमी^{2}

सुई द्वारा 5 मिनट में रचित क्षेत्रफल = $\dfrac{154}{3}$ सेमी^{2}। **उत्तर**

अथवा



वर्ग की भुजा = 15 मी

(*i*) खूँटे की रस्सी की लंबाइ = रस्सी की त्रिज्या (R) = 5 मी

केंद्रीय कोण $(\theta) = 90°$ [वर्ग का प्रत्येक कोण]

त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $\dfrac{\pi R^2 \theta}{360}$

$= \dfrac{3.14 \times 5 \times 5 \times 90}{360}$ मी^{2}

त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $\dfrac{3.14 \times 25}{4}$ मी^{2} = $\dfrac{78.5}{4}$ मी^{2}

= 19.625 मी^{2} **उत्तर**

(*ii*) जब त्रिज्यखंड की त्रिज्या 10 मी बढ़ जाती है।

त्रिज्यखंड OCD (R_1) = 10 मी

केंद्रीय कोण $(\theta) = 90°$

$\therefore$ त्रिज्यखंड OCD का क्षेत्रफल

$= \dfrac{\pi R_1^2 \theta}{360} = \dfrac{3.14 \times 10 \times 10 \times 90}{360}$

$= \dfrac{314}{100} \times \dfrac{100 \times 90}{360}$ मी^{2}

$= \dfrac{314}{4}$ मी^{2} = 78.5 मी^{2}

$\therefore$ चरे जा सकने वाले क्षेत्रफल में वृद्धि

= त्रिज्यखंड OCD का क्षेत्रफल – त्रिज्यखंड OAB का क्षेत्रफल
= 78.5 मी^{2} – 19.625 मी^{2}
= 58.875 मी^{2}

चरे जा सकने वाले क्षेत्रफल में वृद्धि = 58.875 मी^{2}। **उत्तर**

31. हम इसके विपरीत मान लेते हैं कि $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

b ($\neq 0$) अर्थात् हम दो पूर्णांक a और b ऐसे ज्ञात कर सकते हैं कि $\sqrt{3} = \frac{a}{b}$.

मान लीजिए a और b में, 1 के अतिरिक्त, कोई अन्य गुणनखंड है, तब हम उभयनिष्ठ गुणनखंड से विभाजित कर सकते हैं और मान लीजिए कि a और b सहअभाज्य है।

अतः, $b\sqrt{3} = a$.

दोनों पक्षों का वर्ग करने तथा पुनर्व्यवस्थित करने पर, हम प्राप्त करते हैं : $3b^2 = a^2$.

अतः, 3, a^2 को विभाजित करता है। इसलिए प्रमेय 1.3 द्वारा 3, a को भी विभाजित करता है।

इसलिए हम $a = 3c$ लिख सकते हैं, जहाँ c कोई पूर्णांक है।

a का मान प्रतिस्थापित करने पर हमें $3b^2 = 9c^2$, अर्थात् $b^2 = 3c^2$ प्राप्त होता है।

इसका अर्थ है कि 3, b^2 को विभाजित करता है और इसलिए 3, b को भी विभाजित करता है (प्रमेय 1.3 द्वारा $p = 3$ लेने पर)।

अतः, a और b में कम-से-कम एक उभयनिष्ठ गुणनखंड 3 है।

परंतु इससे इस तथ्य का विरोधाभास होता है कि a और b अविभाज्य हैं।

यह विरोधाभास हमें इस कारण प्राप्त हुआ है, क्योंकि हमने एक गलत कल्पना कर ली है कि $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः, हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

खण्ड—घ

खण्ड-घ में 5 अंकों के 4 प्रश्न हैं।

32. दी गई रैखिक समीकरण युग्म है :

$$\frac{2x}{3} - \frac{3y}{2} = -2$$

या $$\frac{4x-9y}{6} = -2$$

या $$4x - 9y = -12 \quad ...(1)$$

$$\frac{x}{2} + \frac{4y}{3} = \frac{25}{3}$$

या $$\frac{3x+8y}{6} = \frac{25}{3}$$

या $$3x + 8y = 6 \times \frac{25}{3}$$

या $$3x + 8y = 50 \quad ...(2)$$

(1) से $$4x = 9y - 12$$

या $$x = \frac{9y-12}{4} \quad ...(3)$$

x के इस मान को समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$$3\left(\frac{9y-12}{4}\right) + 8y = 50$$

या $$\frac{27y-36+32y}{4} = 50$$

या $$59y - 36 = 200$$

या $$59y = 200 + 36 = 236$$

या $$y = \frac{236}{59} = 4$$

y के इस मान को समीकरण (3) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$$x = \frac{9 \times 4 - 12}{4}$$

या $$x = \frac{36-12}{4} = \frac{24}{4}$$

या $$x = 6$$

अतः $x = 6, y = 4$. **उत्तर**

अथवा

मान लीजिए नूरी की वर्तमान आयु = x वर्ष
सोनू की वर्तमान आयु = y वर्ष

पाँच वर्ष पहले

नूरी की आयु = $(x - 5)$ वर्ष
सोनू की आयु = $(y - 5)$ वर्ष

पहली शर्त अनुसार,

$$x - 5 = 3(y - 5)$$

या $$x - 5 = 3y - 15$$

या $$x - 3y + 10 = 0 \quad ...(1)$$

दस वर्ष बाद

नूरी की आयु = $(x + 10)$ वर्ष
सोनू की आयु = $(y + 10)$ वर्ष

दूसरी शर्त के अनुसार,

$$x + 10 = 2(y + 10)$$

या $$x + 10 = 2y + 20$$

या $$x - 2y - 10 = 0 \quad ...(2)$$

अब, समीकरण (1) – समीकरण (2) से प्राप्त होता है,

$$\begin{array}{rcl} x - 3y + 10 &=& 0 \\ x - 2y - 10 &=& 0 \\ - \quad + \quad + && \\ \hline -y + 20 &=& 0 \end{array}$$

या $\qquad -y = -20$

या $\qquad y = 20$

y का यह मान समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$x - 2\,(20) - 10 = 0$

या $x - 40 - 10 = 0$

या $\qquad x = 50$

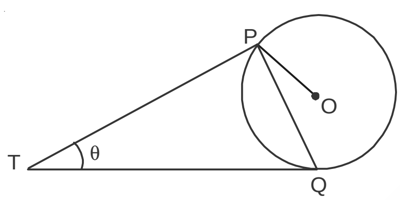
अत:, नूरी की वर्तमान आयु = 50 वर्ष

सोनू की वर्तमान आयु = 20 वर्ष **उत्तर**

33. **दिया है :** केंद्र O वाले वृत्त पर बाह्य बिन्दु T से दो सर्प्श रेखाएँ TP तथा TQ खींची गई हैं।

सिद्ध करना है : $\angle PTQ = 2\angle OPQ$

उपपत्ति : मान लीजिए $\angle PTQ = \theta$



बाह्य बिन्दु से वृत्त पर खींची गई रेखाओं की लंबाईयाँ बराबर होती हैं।

$\therefore \qquad TP = TQ$

अत: TPQ एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

इसलिए $\angle TPQ = \angle TQP = \frac{1}{2}\,(180° - \theta) = 90° - \frac{1}{2}\theta$

वृत्त के किसी बिन्दु पर स्पर्श रेखा स्पर्श बिन्दु से जाने वाली त्रिज्या पर लम्ब होती है।

$\therefore \qquad \angle OPT = 90°$ है।

अत: $\qquad \angle OPQ = \angle OPT - \angle TPQ$

$$= 90° - \left(90° - \frac{1}{2}\theta\right)$$

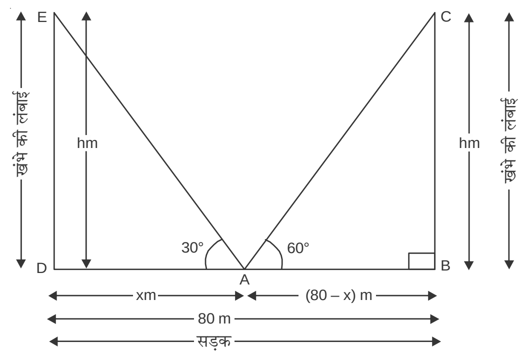
$$= 90° - 90° + \frac{1}{2}\theta = \frac{1}{2}\theta$$

$\therefore \qquad \angle OPQ = \frac{1}{2}\angle PTQ$

$\Rightarrow \qquad \angle PTQ = 2\,\angle OPQ.$

34. मान लीजिए BC = DE = h m दो बराबर खंभों की ऊँचाई है और बिंदु A अभीष्ट बिंदु है जहाँ से दोनों खंभों के उन्नयन कोण क्रमश: 30° और 60° हैं।

विभिन्न आयोजन आकृति में दिखाए अनुसार हैं।



समकोण ΔADE में,

$$\frac{ED}{DA} = \tan 30°$$

या $\qquad \frac{h}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

या $\qquad h = \frac{x}{\sqrt{3}} \qquad$ ...(1)

समकोण ΔABC में,

$$\frac{BC}{AB} = \tan 60°$$

या $\qquad \frac{h}{80 - x} = \sqrt{3}$

या $\qquad h = (80 - x)\sqrt{3} \qquad$ ...(2)

(1) और (2) से, हमें प्राप्त होता है

$$\frac{x}{\sqrt{3}} = (80 - x)\sqrt{3}$$

या $\qquad x = (80 - x)\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

या $\qquad x = (80 - x)\,3$

या $\qquad x = 240 - 3x$

या $\qquad 4x = 240$

या $\qquad x = \frac{240}{4} = 60$

x का मूल्य (1) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है।

$$h = \frac{60}{\sqrt{3}} = \frac{60}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{60\sqrt{3}}{3} = 20\sqrt{3}$$

$$= (20 \times 1.732)\text{ m} = 34.64\text{ m}$$

$\therefore$ DA $= x = 60$ m

और AB $= 80 - x = (80 - 60)$ m $= 20$ m.

अतः, खंभे की ऊँचाई 34.64 m है और बिंदु की खंभों से दूरी क्रमशः 20 m और 60 m है। **उत्तर**

35.

दैनिक व्यय (₹ में)	**परिवार की संख्या (f_i)**	**वर्ग चिह्न (x_i)**	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$ **या** $u_i = \frac{x_i - 225}{50}$	$f_i u_i$
100–150	4	125	– 2	– 8
150–200	5	175	– 1	– 5
200–250	12	225	0	0
250–300	2	275	1	2
300–350	2	325	2	4
योग		$\Sigma f_i = 25$		$\Sigma f_i u_i = -7$

उपरोक्त आँकड़ों से,

कल्पित माध्य $(a) = 225$

वर्ग माप $(h) = 50$

$$\therefore \quad \bar{u} = \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}$$

$$\bar{u} = -\frac{7}{25} = -0.28$$

सूत्र का प्रयोग करने पर,

$$\text{माध्य } (\overline{X}) = a + h\bar{u}$$

$$\overline{X} = 225 + 50\,(-0.28)$$

$$\overline{X} = 225 - 14$$

$$\overline{X} = 211.$$

अतः, भोजन पर हुआ माध्य व्यय ₹ 211 है। **उत्तर**

अथवा

दैनिक जेब खर्च (₹ में)	**विद्यार्थियों की संख्या (f_i)**	**वर्ग चिह्न (x_i)**	$f_i x_i$
11 – 13	7	12	84
13 – 15	6	14	84
15 – 17	9	16	144
17 – 19	13	18	234
19 – 21	20	20	400
21 – 23	5	22	110
23 – 25	4	24	96
योग	$\Sigma f_i = 64$		$\Sigma f_i x_i = 1152$

$$\text{माध्य } (\overline{X}) = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = \frac{1152}{64} = 18$$

बच्चों का औसत जेब खर्च ₹ 18 है।

खण्ड—ङ

प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न

36. हलः *(i)* भूखंड की चौड़ाई $= x$ m

$\therefore$ भूखंड की लंबाई $= 2 \times$ (चौड़ाई $+ 1$)

$= 2\,(x + 1)$ m

(ii) भूखंड का क्षेत्रफल = लंबाई $\times$ चौड़ाई

$= 2\,(x + 1) \times x = (2x^2 + x)$ m^2

(iii) प्रश्नानुसार

$2x^2 + x = 528$

$2x^2 + x - 528 = 0$

अथवा

$2x^2 + x - 528 = 0$

या $2x^2 - 32x + 33x - 528 = 0$

या $(2x)(x - 16) + 33\,(x - 16) = 0$

या $(x - 16)\,(2x + 33) = 0$

$x - 16 = 0$ या $2x + 33 = 0$

$x = 16$ या $x = \frac{-33}{2}$, परन्तु $x \neq \frac{-33}{2}$

$\therefore x = 16$

अत: भूखंड की लंबाई 16m है।

37. ***(i)*** क्योंकि छाया की लंबाई पेन की लंबाई AB का $\sqrt{3}$ गुना है। इसलिए पेन की छाया की लंबाई $= \sqrt{3}$ AB

(ii) क्योंकि $BC = \sqrt{3}\,AB \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

इसलिए त्रिकोणमितीय अनुपात $\tan\theta$ अधिकतम उपयुक्त है।

(iii) हम जानते हैं कि $\tan\theta = \frac{AB}{BC}$

$= \frac{AB}{\sqrt{3}AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30°$

$\therefore \quad \theta = 30° \Rightarrow \angle ACB = 30°.$

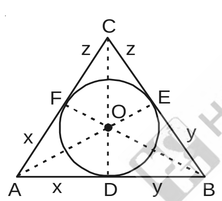
अथवा

$\because \quad \sin 30° = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$

$= \frac{15\text{ cm}}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AC = 2 \times 15\text{ cm} = 30\text{ cm}.$

38. ***(i)*** क्योंकि किसी वृत्त के बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाईयाँ बराबर होती हैं।

$\therefore AD = AF, BE = BD, CF = CE$



मान लीजिए $AD = AF = x$

$BE = BD = y$

$CF = CE = z$

$AB = 12$ सेमी $\Rightarrow x + y = 12$ ...(*i*)

$BC = 8$ सेमी $\Rightarrow y + z = 8$ ...(*ii*)

$CA = 10$ सेमी $\Rightarrow z + x = 10$ ...(*iii*)

समीकरणों (*i*), (*ii*) और (*iii*) से, हम प्राप्त करते हैं

$\Rightarrow 2(x + y + z) = 30$

$\Rightarrow (x + y + z) = 15$ ...(*iv*)

समीकरण (*ii*) को (*iv*) से घटाने पर

$\Rightarrow \quad x = 15$ सेमी $- 8$ सेमी $= 7$ सेमी

(ii) समीकरण (*iii*) को (*iv*), में से घटाने पर

$\Rightarrow y = 15$ सेमी $- 10$ सेमी $= 5$ सेमी

(iii)ΔABC का परिमाप

$= AB + BC + CA$

$= (x + y) + (y + z) + (z + x) = 2(x + y + z)$

$= 2$ (15 सेमी) $= 30$ सेमी

अथवा

ΔOAB का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

$= \frac{1}{2} \times AB \times OD = \frac{1}{2} \times (x + y) \times 4$

$\frac{1}{2} \times (7 + 5) \times 4$ [$\because$ OD = त्रिज्या = 4 सेमी]

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 4$ सेमी^{2} $= 24$ वर्ग सेमी

Holy Faith New Style Sample Paper–8

(Based on the Latest Design & Syllabus Issued by CBSE)

CLASS—10th

Mathematics (Basic)

समय : 3 घंटे **पूर्णांक : 80**

निर्देश : इसके लिये *Holy Faith New Style Sample Paper*—1 देखें।

खण्ड—क

खण्ड-क में 1 अंक के 20 प्रश्न हैं।

1. (A) $4x^2 - x - 4$

2. (B) $k \neq \frac{-10}{3}$

3. (A) छेदक रेखा

4. (C) -32

5. (A) 1040 मी^{3}

6. (D) 0.

7. (A) 3 सेमी

8. (A) $-1, \frac{4}{3}$

9. (B) 8

10. (A) 1

11. (A) $(x+1)^2 = 2(x-3)$

12. (B) $\frac{24}{25}$

13. (C) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

14. (D) -1.5.

15. (C) $\sqrt{41}$

16. (B) 5 : 1

17. (C) 10.5

18. (A) 15

19. (*a*) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

20. (*a*) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

खण्ड—ख

खण्ड-ख में 2 अंकों के 5 प्रश्न हैं।

21. मान लीजिए कि $7 + \sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$\therefore$ हम सहअभाज्य ऐसी संख्याएँ प्राप्त कर सकते हैं।

जहाँ a और b $(b \neq 0)$ पूर्णांक है कि

$$7 + \sqrt{5} = \frac{a}{b}$$

$$\sqrt{5} = \frac{a}{b} - 7.$$

चूँकि a और b दोनों पूर्णांक हैं,

इसलिए $\frac{a}{b} - 7$ एक परिमेय संख्या है,

$\therefore$ $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

परंतु इससे इस तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

इसलिए हमारी कल्पना गलत है।

अतः $7 + \sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। **उत्तर**

अथवा

510 और 92 दी गई संख्याएँ हैं।

510 और 92 के अभाज्य गुणनखंड हैं :

$$510 = (2)\,(255) = (2)\,(3)\,(85)$$
$$= (2)\,(3)\,(5)\,(17)$$

और $$92 = (2)\,(2) \times (23) = (2)^2\,(23)$$

HCF (510, 92) = उभयनिष्ठ अभाज्य गुणनखंडों की सबसे छोटी घातों का गुणनफल = 2

LCM (510, 92) = सभी अभाज्य गुणनखंडों की सबसे बड़ी घातों का गुणनफल

$$= (2)^2\,(3)\,(5)\,(17)\,(23)$$
$$= 23460.$$ **उत्तर**

सत्यापन :

LCM (510, 92) × HCF (510, 92)

$$= (2)\,(23460)$$
$$= (2) \times (2)^2\,(3)\,(5)\,(17)\,(23)$$
$$= (2)\,(3)\,(5)\,(17) \times (2)^2\,(23)$$
$$= 510 \times 92$$

= दी गई संख्याओं का गुणनफल। **उत्तर**

22. P(E नही) = 1 – P(E) = 1 – 0.03 = 0.97 **उत्तर**

अथवा

संभावित परिणामों की कुल संख्या = 36

योग 10 के परिणाम = (4, 6), (5, 5), (6, 4)

अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

अत: दोनों पासों पर योग 10 होने की प्रायिकता = $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ **उत्तर**

23. दिया है :

$$\frac{5\cos^2 60° + 4\sec^2 30° - \tan^2 45°}{\sin^2 30° + \cos^2 30°}$$

$$= \frac{5(\cos 60°)^2 + 4(\sec 30°)^2 - (\tan 45°)^2}{(\sin 30°)^2 + (\cos 30°)^2}$$

$$= \frac{5\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - (1)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{5}{4} + 4 \times \frac{4}{3} - 1}{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{5}{4} + \frac{16}{3} - 1}{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}$$

$$= \frac{5}{4} + \frac{16}{3} - 1 = \frac{15 + 64 - 12}{12} = \frac{67}{12}.$$

अथवा

दिया है :

$$2\tan^2 45° + \cos^2 30° - \sin^2 60°$$
$$= 2(\tan 45°)^2 + (\cos 30°)^2 - (\sin 60°)^2$$

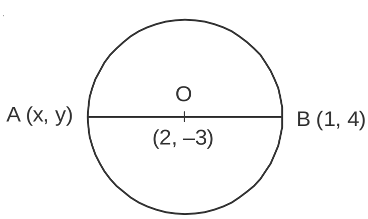
$$= 2(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 2.$$

24. मान लीजिए A के निर्देशांक (x, y) हैं।

परंतु, व्यास के शीर्षों का मध्य बिंदु केंद्र होता है।

$\therefore$ O, A (x, y) और B (1, 4) का मध्य बिंदु है।

$$\therefore \quad \left(\frac{x+1}{2}, \frac{y+4}{2}\right) = (2, -3)$$



तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है :

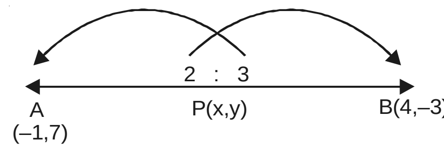
$$\frac{x+1}{2} = 2 \text{ और } \frac{y+4}{2} = -3$$

या $\quad x + 1 = 4$ या $y + 4 = -6$

या $\quad x = 3$ या $y = -10$

अत: अभीष्ट बिंदु A (3, –10) है। **उत्तर**

25. मान लीजिए P (x, y) वांछित बिंदु हैं जो दिए गए बिंदुओं A (– 1, 7) और B (4, – 3) को मिलाने वाले रेखाखंड को 2 : 3 के अनुपात में विभाजित करता है।



$$x = \frac{2 \times 4 + 3 \times -1}{2+3} = \frac{8-3}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

और $y = \dfrac{2 \times -3 + 3 \times 7}{2+3} = \dfrac{-6+21}{5}$

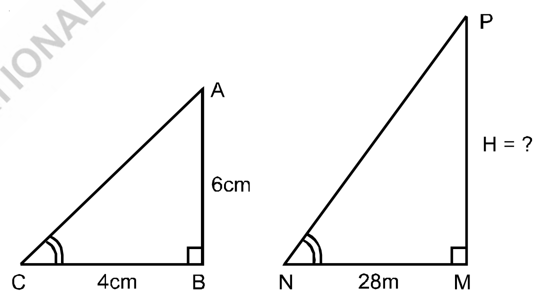
$$= \frac{15}{5} = 3$$

अत: अभीष्ट बिंदु है : (1, 3). **उत्तर**

खण्ड—ग

खण्ड-ग में 3 अंकों के 6 प्रश्न हैं।

26.



उर्ध्वाधर स्तंभ की लंबाई = 6 m

स्तंभ की छाया की लंबाई = 4 m

मान लीजिए मीनार की ऊँचाई = H m

मीनार की छाया की लंबाई = 28 m

ΔABC और $\angle$PMN में,

$\angle C = \angle N$ (मीनार की छाया की लंबाई)

$\angle B = \angle M$ (प्रत्येक 90°)

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta PMN$ [AA समरूपता कसौटी]

$$\therefore \frac{AB}{PM} = \frac{BC}{MN}$$

[यदि दो त्रिभुजें समरूप हों, तो उनकी संगत भुजाएँ समानुपाती होती हैं।]

$$\therefore \quad \frac{6}{H} = \frac{4}{28} \quad \Rightarrow H = \frac{6 \times 28}{4}$$

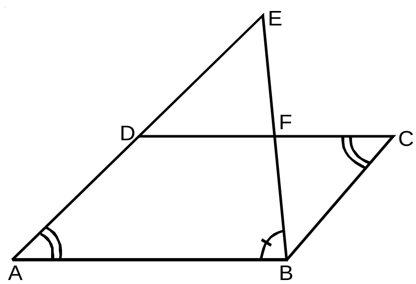
$H = 6 \times 7$

$H = 42$ m

$\therefore$ मीनार की ऊँचाई = 42 m.

अथवा

दिया है :– समांतर चतुर्भुज ABCD की बढ़ाई गई भुजा AD पर स्थित E एक बिंदु है तथा BE भुजा CD को F पर प्रतिच्छेद करती है।



सिद्ध करना है : $\Delta ABE \sim \Delta CFB$

उपपत्ति : ΔABE और ΔCFB में,

$\angle A = \angle C$ (|| gm की सम्मुख भुजाएँ)

$\angle ABE = \angle CFB$ (एकांतर कोण)

$\therefore \Delta ABE \sim \Delta CFB$ (AA समरूपता कसौटी)

27. मान लीजिए मीना को मिले ₹ 50 के नोटों की संख्या = x

साथ ही, मीना को प्राप्त ₹ 100 के नोटों की संख्या = y

पहली शर्त के अनुसार,

$x + y = 25$ ....(1)

दूसरी शर्त के अनुसार,

$50x + 100y = 2000$

या $x + 2y = 40$ ...(2)

अब, (2) – (1) से प्राप्त होता है

$$\begin{array}{r} x + 2y = 40 \\ x + y = 25 \\ - \quad - \quad - \\ \hline y = 15 \end{array}$$

y का यह मान (1) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$x + 15 = 25$

या $x = 25 - 15 = 10$

अतः, मीना को मिले ₹ 50 और ₹ 100 के नोटों की संख्या क्रमशः 10 और 15 है। **उत्तर**

28. द्विघात समीकरण की तुलना

$ax^2 + bx + c = 0$ से करने पर $a = 9$, $b = -6$, $c = 1$

$\therefore$ विविकतकर = D = $b^2 - 4ac$

$= (6)^2 - 4 \times 9 \times 1 = 36 - 36 = 0$

D = 0, अत: मूल वास्तविक व समान हैं।

अब, $x = \dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \dfrac{-(-6)+\sqrt{0}}{2\times 9} = \dfrac{6\pm 0}{18}$

$= \dfrac{6}{18} = \dfrac{1}{3}$

अत: दी गई सभी करण के मूल $\dfrac{1}{3}$ और $\dfrac{1}{3}$ है। **उत्तर**

29. LHS $= \dfrac{1+\sin\theta}{\cos\theta} + \dfrac{\cos\theta}{1+\sin\theta}$

$= \dfrac{(1+\sin\theta)^2+\cos^2\theta}{\cos\theta(1+\sin\theta)}$

$= \dfrac{1+2\sin\theta+1}{\cos\theta(1+\sin\theta)}$ $[\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

$= \dfrac{2+2\sin\theta}{\cos\theta(1+\sin\theta)}$

$= \dfrac{2(1+\sin\theta)}{\cos\theta(1+\sin\theta)}$

$= \dfrac{2}{\cos\theta} = 2\sec\theta = \text{RHS}$

$\therefore$ LHS = RHS.

30. वृत्त की त्रिज्या (r) = 21 सेमी

केंद्रीय कोण (θ) = 60°

(i) चाप की लम्बाई $= \dfrac{\theta}{360} \times 2\pi r$

$= \dfrac{60}{360} \times 2 \times \dfrac{22}{7} \times 21$ सेमी

= 22 सेमी। **उत्तर**

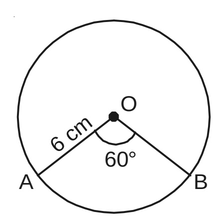
(ii) चाप द्वारा बनाए गए त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल

$= \dfrac{\pi r^2\theta}{360}$

$= \dfrac{22}{7} \times \dfrac{21\times 21\times 60}{360}$ सेमी^{2}

= 231 सेमी^{2}। **उत्तर**

अथवा



वृत्त के त्रिज्यखंड की त्रिज्या (R) = 6 सेमी

केन्द्रीय कोण (θ) = 60°

त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \dfrac{\pi R^2\theta}{360}$

$= \dfrac{22}{7} \times \dfrac{(6)^2\times 60}{360}$ सेमी^{2}

$= \dfrac{22}{7} \times \dfrac{6\times 6\times 60}{360}$ सेमी^{2}

$= \dfrac{132}{7}$ सेमी^{2}

$\therefore$ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \dfrac{132}{7}$ सेमी^{2}। **उत्तर**

31. $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

मान लीजिए कि $\frac{\sqrt{2}}{2}$ एक परिमेय संख्या है।

$\therefore$ हम सह अभाज्य पूर्णांक a और b प्राप्त कर सकते हैं जहाँ $b \neq 0$ है।

इसलिए $\quad \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a}{b}$

$\Rightarrow \quad \sqrt{2} = \frac{2a}{b}$ ...(1)

क्योंकि दो पूर्णांकों का भागफल एक परिमेय संख्या होती है

$\therefore \quad \frac{2a}{b}$ = परिमेय संख्या

अत: (1) से $\sqrt{2}$ भी एक परिमेय संख्या है परंतु यह इस तथ्य का विरोधाभास है कि $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

$\therefore$ हमारी कल्पना गलत है।

अत: $\frac{1}{\sqrt{2}}$ एक अपरिमेय संख्या है। **उत्तर**

खण्ड—घ

खण्ड-घ में 5 अंकों के 4 प्रश्न हैं।

32. दी गई रैखिक समीकरण युग्म हैं :

$\frac{2x}{3} + \frac{y}{2} = 3$

या $\quad \frac{4x+3y}{6} = 3$

या $\quad 4x + 3y = 18$ ...(1)

$\frac{x}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{1}{6}$

या $\quad \frac{3x-4y}{6} = \frac{1}{6}$

या $\quad 3x - 4y = 1$ ...(2)

(1) से $\quad 4x = 18 - 3y$

या $\quad x = \frac{18-3y}{4}$ ...(3)

x का यह मान समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$3\left(\frac{18-3y}{4}\right) - 4y = 1$

या $\frac{54-9y-16y}{4} = 1$

या $\quad 54 - 25y = 4$

या $\quad -25y = 4 - 54$

या $\quad -25y = -50$

या $\quad y = \frac{-50}{-25} = 2$

y का यह मान समीकरण (3) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है।

$x = \frac{18-3\times2}{4} = \frac{18-6}{4} = \frac{12}{4}$

$\therefore \quad x = 3$

अत: $x = 3, y = 2$. **उत्तर**

अथवा

मान लीजिए नूरी की वर्तमान आयु = x वर्ष

सोनू की वर्तमान आयु = y वर्ष

पाँच वर्ष पहले

नूरी की आयु = $(x - 5)$ वर्ष

सोनू की आयु = $(y - 5)$ वर्ष

पहली शर्त अनुसार,

$x - 5 = 3(y - 5)$

या $\quad x - 5 = 3y - 15$

या $\quad x - 3y + 10 = 0$ ...(1)

दस वर्ष बाद

नूरी की आयु = $(x + 10)$ वर्ष

सोनू की आयु = $(y + 10)$ वर्ष

दूसरी शर्त के अनुसार,

$x + 10 = 2(y + 10)$

या $\quad x + 10 = 2y + 20$

या $\quad x - 2y - 10 = 0$ ...(2)

अब, समीकरण (1) – समीकरण (2) से प्राप्त होता है,

$$\begin{array}{r} x - 3y + 10 = 0 \\ x - 2y - 10 = 0 \\ - \quad + \quad + \quad \\ \hline -y + 20 = 0 \end{array}$$

या $\quad -y = -20$

या $\quad y = 20$

y का यह मान समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$x - 2(20) - 10 = 0$

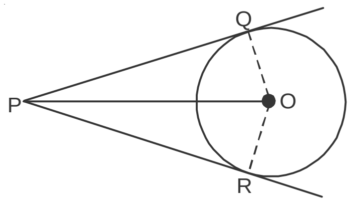
या $\quad x - 40 - 10 = 0$

या $\quad x = 50$

अत:, नूरी की वर्तमान आयु = 50 वर्ष

सोनू की वर्तमान आयु = 20 वर्ष **उत्तर**

33. दिया है : केन्द्र O वाला एक वृत्त, वृत्त के बाहर का एक बिन्दु P तथा P से वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएँ PQ तथा PR दी गई है।



सिद्ध करना है : PQ = PR

रचना : OP, OQ और OR को मिलाइए।

उपपत्ति : OQ त्रिज्या है और PQ वृत्त की एक स्पर्श रेखा है।

$\therefore$ $\angle PQO = 90°$.

[$\because$ वृत्त के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा स्पर्श बिंदु से जाने वाली त्रिज्या पर लंब होती है।]

इसी प्रकार $\angle PRO = 90°$

अब समकोण त्रिभुजों PQO और PQR में

$\angle PQO = \angle PRO$ [प्रत्येक = 90°]

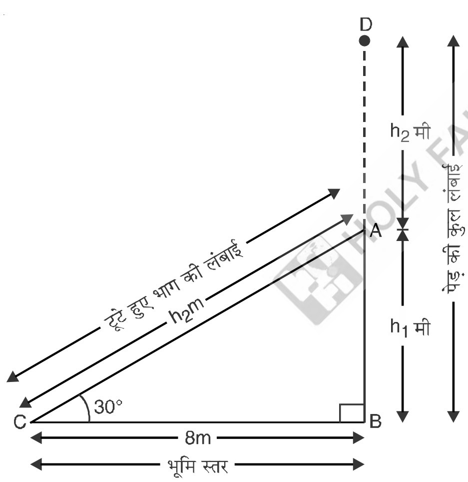
PO = PO [उभयनिष्ठ]

OQ = OR [एक ही वृत्त की स्पर्श त्रिज्याएँ]

$\therefore$ $\Delta PQO \cong \Delta PQR$ [RHS सर्वांगसमता द्वारा]

$\therefore$ PQ = PR [CPCT]

34. मान लीजिए आँधी से पहले पेड़ की लंबाई BD है। आँधी के पश्चात् AD = AC = टूट गए पेड़ के भाग की लंबाई। आकृति में विभिन्न आयोजन दिखाए गए हैं।



समकोण ΔABC में,

$$\frac{AB}{BC} = \tan 30°$$

या $$\frac{h_1}{8} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

या $$h_1 = \frac{8}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{8}{3}\sqrt{3}\,\text{m} \quad ...(1)$$

साथ ही, $$\frac{BC}{AC} = \cos 30°$$

या $$\frac{8}{h_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

या $$h_2 = \frac{8 \times 2}{\sqrt{3}} = \frac{16}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$h_2 = \frac{16}{3}\sqrt{3} \quad ...(2)$$

पेड़ की कुल लंबाई $= h_1 + h_2$

$$= \frac{8}{3}\sqrt{3} + \frac{16}{3}\sqrt{3}$$

[समीकरण (1) और समीकरण (2) के प्रयोग से]

$$= \left[\frac{8+16}{3}\right]\sqrt{3} = \frac{24}{3}\sqrt{3} = 8\sqrt{3}\text{ m}$$

अतः, पेड़ की ऊँचाई $8\sqrt{3}$ मी है। **उत्तर**

35. दिए गए आँकड़ों में अधिकतम बारंबारता 40 है तथा इस बारंबारता के संगत वर्ग 1500 – 2000 हैं।

$\therefore$ बहुलक वर्ग = 1500 – 2000

अतः, $l = 1500$, $f_1 = 40$; $f_0 = 24$; $f_2 = 33$ और $h = 500$

सूत्र का प्रयोग करते हुए,

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 1500 + \left(\frac{40 - 24}{2\,(40) - 24 - 33}\right) \times 500$$

$$= 1500 + \left(\frac{16}{80 - 24 - 23}\right) \times 500$$

$$= 1500 + \frac{16 \times 500}{23}$$

$$= 1500 + \frac{8000}{23}$$

$$= 1500 + 347.83$$

= 1847.83. **उत्तर**

अथवा

वर्ग अंतराल	बारंबारता f_i	संचयी बारंबारता (*cf*)
0–10	5	5
10–20	x	$5 + x$
20–30	20	$25 + x$
30–40	15	$40 + x$
40–50	y	$40 + x + y$
50–60	5	$45 + x + y$
योग	$\Sigma f_i = n = 60$	

दिए गए आंकड़ों में, $\Sigma f_i = n = 60$

$\therefore \quad \frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$

साथ ही, बंटन का माध्यक = 28.5 ...(दिया है)

जोकि वर्ग अंतराल 20 – 30 में स्थित है।

$\therefore$ माध्यक वर्ग = 20 – 30

इसलिए, $l = 20$; $f = 20$; $cf = 5 + x$; $h = 10$

सारणी से यह स्पष्ट है कि $45 + x + y = 60$

या $x + y = 60 - 45 = 15$

या $x + y = 15$ ...(1)

अब, सूत्र का प्रयोग करने पर

$$\text{माध्यक} = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$$

$$28.5 = 20 + \left\{\frac{30 - (5 + x)}{20}\right\} \times 10$$

या $$28.5 = 20 + \frac{30 - 5 - x}{2}$$

$$= \frac{40 + 25 - x}{2}$$

या $2(28.5) = 65 - x$

या $57.0 = 65 - x$

या $x = 65 - 57 = 8$

x के इस मान को (1) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है,

$8 + y = 15$

$y = 15 - 8 = 7$

अत:, x और y के मान क्रमश: 8 और 7 हैं। **उत्तर**

खण्ड—ङ

प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न

36. ***(i)*** वृत्त का व्यास (D) = 35 mm

वृत्त की त्रिज्या (R) = $\frac{35}{2}$ mm

व्यासों की संख्या = 5

बराबर त्रिज्यखंडों की संख्या = 10

(ii) ब्रूच के त्रिज्यखंड का कोण

$$= \frac{360°}{\text{त्रिज्यखंडों की संज़्या}}$$

$$= \frac{360°}{10} = 36°$$

(iii) प्रयोग की गई तार की लंबाई

= 5 व्यासों की लंबाई + वृत्त (ब्रूच) का परिमाप

$= 5\,(35) + 2\pi R$

$= 175 + 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{2}$ mm

$= 175 + 110$ mm

$= 285$ mm

अथवा

प्रत्येक ब्रूच का क्षेत्रफल (त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल)

$$= \frac{\pi R^2 \theta}{360}$$

$$= \frac{36}{360} \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{2} \times \frac{35}{2}\ \text{mm}^2$$

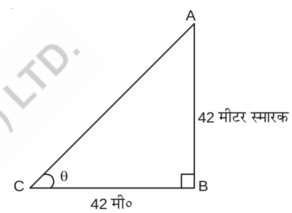
$$= \frac{11 \times 35}{4}\ \text{mm}^2 = \frac{385}{4}\ \text{mm}^2$$

$= 96.25\ \text{mm}^2$

प्रत्येक ब्रूच का क्षेत्रफल = $96.25\ \text{mm}^2$

37. (*i*) माना वे बिंदु A पर खड़े हैं और AB स्मारक है। θ उन्नयन कोण है

समकोण ΔABC में $\angle B$ समकोण है।



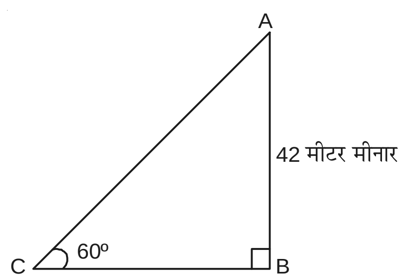
$\therefore \tan\theta = \frac{AB}{BC} = \frac{42\ \text{मीटर}}{42\ \text{मीटर}} = 1$

$\Rightarrow \tan\theta = \tan 45° \Rightarrow \theta = 45°$

अत: उन्नयन कोण 45° है।

(*ii*) माना उन्हे C पर खड़ा होना चाहिए

ताकि θ = 60° तो



समकोण ΔOBC में

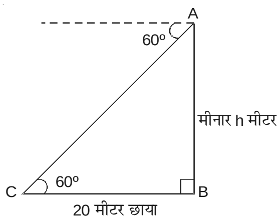
$$\frac{AB}{BC} = \tan 60°$$

$$\frac{42}{BC} = \sqrt{3}$$

$$BC = \frac{42}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{42\sqrt{3}}{3} = 14\sqrt{3}$$

इसलिए उन्हें स्मारक से $14\sqrt{3}$ मीटर की दूरी पर खड़ा होना चाहिए।

(*iii*) यदि सूर्य की दूर ऊँचाई 60° पर है, तो छाया की लंबाई BC = 20 मीटर अन्य मीनार की ऊँचाई AB = h मीटर है। समकोण ΔABC में, $\angle B$ समकोण है।



$\therefore \quad \frac{AB}{BC} = \tan 60^\circ$

$$\frac{h}{20} = \sqrt{3}$$

$$h = 20\sqrt{3}$$

अतः मीनार की ऊँचाई $20\sqrt{3}$ मीटर है।

अथवा

छड़ और उसकी छाया की लंबाई का अनुपात 1 : 1 है, माना AB छड़ और BC उसकी छाया है।

$\because \quad AB = BC$

सूर्य का उन्नयन कोण = Q

समकोण ΔABC में $\angle B$ समकोण है

$\therefore \tan\theta = \frac{1}{1} = 1 = \tan 45^\circ$

$\Rightarrow \quad = 45^\circ$

अतः सूर्य का उन्नयन कोण 45° है।

38. हलः ***(i)*** आयत की लंबाई $(l) = 3$ m

आयत की चौड़ाई $(b) = 2$ m

$\therefore$ आयत का क्षेत्रफल $= 3\text{ m} \times 2\text{ m} = 6\text{ m}^2$

(ii) वृत्त का व्यास $= 1$ m

वृत्त की त्रिज्या (R) $= \frac{1}{2}$ m

(iii) वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi R^2$

$$= \pi\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4}\text{m}^2$$

अथवा

वृत्त के अंदर गिरने वाले पासे की प्रायिकता

$$= \frac{\text{वृत्त का क्षेत्रफल}}{\text{आयत का क्षेत्रफल}} = \frac{\frac{\pi}{4}\text{ m}^2}{6\text{ m}^2} = \frac{\pi}{24}$$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{\pi}{24}$

Holy Faith New Style Sample Paper–9

(Based on the Latest Design & Syllabus Issued by CBSE)

CLASS—10th

Mathematics (Basic)

समय : 3 घंटे **पूर्णांक : 80**

निर्देश : इसके लिये *Holy Faith New Style Sample Paper*—1 देखें।

खण्ड—क

खण्ड-क में 1 अंक के 20 प्रश्न हैं।

1. (C) x^4y^3z

2. (C) $4+\sqrt{9}$

3. (B) 7 सेमी

4. (A) 31 वाँ

5. (D) $x^2 + 3x = (x - 2)^2$.

6. (A) (–7, 0)

7. (C) S.S.S.

8. (D) $\sqrt{119}$ सेमी।

9. (B) 50º

10. (A) sin 60°

11. (B) $\frac{24}{25}$

12. (C) –5

13. (B) 480 मी^{3}

14. (D) – 0.32

15. (C) (0, 0)

16. (B) 3

17. (A) (–7, 0)

18. (A) 15

19. (B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।

20. (A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है।

खण्ड—ख

खण्ड-ख में 2 अंकों के 5 प्रश्न हैं।

21. $x - y = 3$ ...(1)

$\frac{x}{3}+\frac{y}{2} = 6 \Rightarrow 2x + 3y = 36$ ...(2)

समीकरण (1) को 3 से गुणा करने पर,

$3x - 3y = 9$ ... (3)

समीकरण (2) + समीकरण (3)

$$\Rightarrow \begin{array}{rl} 2x + 3y &= 36 \\ 3x - 3y &= 9 \\ \hline 5x &= 45 \end{array}$$

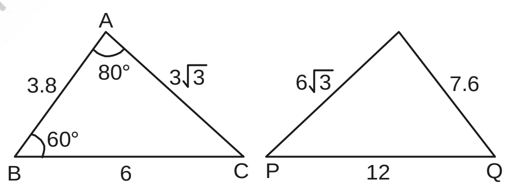
$\Rightarrow$ $x = 9$

$x = 9$ को समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर,

$9 - y = 3 \Rightarrow y = 6$

$\therefore$ $x = 9, y = 6$ **उत्तर**

22.



दिया है: AB = 38, PR = $6\sqrt{3}$, BC = 6, RQ = 7.6, AC = $\sqrt{3}$, PQ = 12

ΔABC और ΔPQR

$$\frac{AB}{RQ} = \frac{3.8}{7.6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BC}{QP} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{CA}{PR} = \frac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$

इस प्रकार $\frac{AB}{RQ} = \frac{BC}{QP} = \frac{CA}{PR}$

अतः ΔABC ~ ROP (SSS समरूपता द्वारा)

अब, $\angle C = \angle P$ (समरुप त्रिभुजों के संगत कोण)

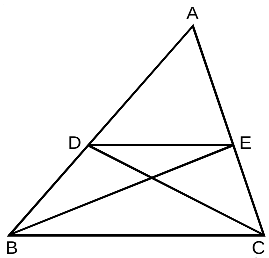
परन्तु $\angle C = 180° - \angle A - \angle B$

(त्रिभुज का कोण योग गुणधर्म)

= 180°–80°–60° = 40

$\angle P = 40°$

अथवा



दिया है : ΔABC में $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ है।

सिद्ध करना है : $\Delta ADE \sim \Delta ABC$

उपपत्ति : $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ (दिया है)

$AB = AC$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

$$\frac{AB}{AC} = 1 \quad ...(1)$$

और $AE = AD$ (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

$$\frac{AE}{AD} = 1 \quad ...(2)$$

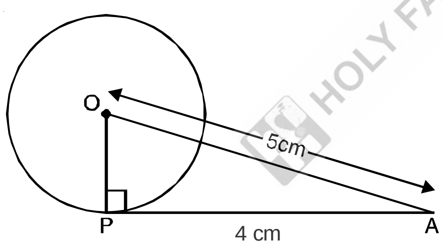
(1) और (2) से, $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$

ΔADE और ΔABC में, $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$

$\angle A = \angle A$ (उभयनिष्ठ)

$\therefore \Delta ADE \sim \Delta ABC$ [SAS समरूपता कसौटी से]

23. एक वृत्त जिसका केंद्र 'O' है और त्रिज्या OP है।
एक बिंदु A वृत्त के केंद्र O से 5 cm की उसकी दूरी पर है।
PA = 4 cm वृत्त की स्पर्श रेखा है और OP त्रिज्या है।



$\therefore \quad \angle OPA = 90^\circ$

अब, समकोण ΔOPA में,

पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करने पर

$OA^2 = OP^2 + PA^2$

$(5)^2 = OP^2 + (4)^2$

$25 = OP^2 + 16$

$OP^2 = 25 - 16 = 9$

$OP = 3$ cm

अतः, वृत्त की स्पर्श रेखा की लंबाई 3 cm है। **उत्तर**

24. दिया है : $2\tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$

$= 2(\tan 45^\circ)^2 + (\cos 30^\circ)^2 - (\sin 60^\circ)^2$

$$= 2(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 2.$$

25. वृत्त की त्रिज्या $(r) = 6$ सेमी

$\theta = 60^\circ$

त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= \frac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{60}{360} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6$ सेमी^{2}

$= \frac{132}{7}$ सेमी^{2}. **उत्तर**

अथवा

वृत्त की परिधि = 22 cm

$2\pi R = 22$

$R = \frac{22 \times 7}{2 \times 22} = \frac{7}{2}$ cm

$R = \frac{7}{2}$

केंद्रीय कोण [चतुर्थांश] $(\theta) = 90^\circ$

$\therefore$ चतुर्थांश का क्षेत्रफल

$$= \frac{\pi R^2 \theta}{360} = \frac{\frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 90}{360}$$

$= \frac{77}{8}$ cm^2

चतुर्थांश का क्षेत्रफल = 9.625 cm^2 **उत्तर**

खण्ड—ग

खण्ड-ग में 3 अंकों के 6 प्रश्न हैं।

26. मान लीजिए कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। इसलिए हम ऐसे दो पूर्णांक r और s जहाँ $s \neq 0$ प्राप्त कर सकते हैं कि $\sqrt{5} = \frac{r}{s}$

मान लीजिए r और s के 1 के अतिरिक्त अन्य कुछ गुणनखंड हैं, तो हम उस उभयनिष्ठ गुणनखंड से भाग देकर प्राप्त कर सकते हैं :

$\sqrt{5} = \frac{a}{b}$ जहाँ a और b, $b \neq 0$ सहअभाज्य है।

$\Rightarrow \quad b\sqrt{5} = a$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$\Rightarrow \quad (b\sqrt{5})^2 = a^2$

$\Rightarrow \quad b^2(\sqrt{5})^2 = a^2$

$\Rightarrow \quad 5b^2 = a^2$

$\therefore$ 5, a^2 को विभाजित करता है। ...(1)

प्रमेय से यदि एक अभाज्य संख्या 'p', a^2 को विभाजित करता है, तो 'p', a जहाँ a एक पूर्णांक है, को भी विभाजित करता है।

$\Rightarrow$ 5, a को भी विभाजित करता है। ...(2)

अतः, $a = 5c$ जहाँ c कोई पूर्णांक है।

a का मान (1) में प्रतिस्थापित करने पर,

$5b^2 = (5c)^2$

$$5b^2 = 25c^2$$
$$b^2 = 5c^2$$
या $\quad 5c^2 = b^2$

$\Rightarrow 5, b^2$ को विभाजित करता है।

$\because$ प्रमेय से यदि एक अभाज्य संख्या 'p', a^2 को विभाजित करता है, तो 'p', a जहाँ a एक पूर्णांक है, को भी विभाजित करता है।

$\Rightarrow 5, b$ को भी विभाजित करता है। ...(3)

(2) और (3) से, a और b का कम-से-कम एक उभयनिष्ठ गुणनखंड 5 है।

परंतु यह इस तथ्य का विरोधाभास है कि a और b अविभाज्य है अर्थात् इनके 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखंड हैं।

हमारी यह कल्पना कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। गलत है।

अतः $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। **उत्तर**

अथवा

हम इसके विपरीत मान लेते हैं कि $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है। इसलिए हम दो पूर्णांक r और s ऐसे ज्ञात कर सकते हैं ($\neq 0$) जिससे कि $\sqrt{2} = \frac{r}{s}$ हो, जहाँ ($s \neq 0$) है।

मान लीजिए r और s के, 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखंड है। तब हम उभयनिष्ठ गुणनखंड से विभाजित करके $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ प्राप्त करते हैं, जहाँ a और b सहअभाज्य हैं। इसलिए $b\sqrt{2} = a$.

दोनों पक्षों का वर्ग करके पुनर्व्यवस्थित करने पर हम प्राप्त करते हैं : $2b^2 = a^2$.

अतः 2, a^2 को विभाजित करता है। इसलिए प्रमेय 1.3 के अनुसार 2, a को विभाजित करता है।

इसलिए, हम $a = 2c$, जहाँ c कोई पूर्णांक है, लिख सकते हैं।

a का मान प्रतिस्थापित करने पर हम प्राप्त करते हैं : $2b^2 = 4c^2$ अर्थात् $b^2 = 2c^2$.

इसका अर्थ है 2, b^2 को विभाजित करता है, इसलिए $2b$ को भी विभाजित करता है। इसलिए 2, b को विभाजित करता है। (पुनः प्रमेय 1.3 द्वारा $p = 2$ लेकर)

इसलिए a और b में कम-से-कम उभयनिष्ठ एक गुणनखंड 2 है।

परंतु यह इस कल्पना का विरोधाभास है कि a और b का 1 के अतिरिक्त कोई अन्य गुणनखंड नहीं है।

यह विरोधाभास इस कारण है कि हमने यह कल्पना की है कि $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः, हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है। **उत्तर**

27. दिए गए समीकरण हैं :

$$\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0 \quad ...(1)$$
$$\sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0 \quad ...(2)$$

समीकरण (1) को $\sqrt{3}$ से और समीकरण (2) को $\sqrt{2}$ से गुणा करके घटाने पर

$$\sqrt{6}x + \sqrt{9}y = 0 \quad \text{या} \quad \sqrt{6}x + 3y = 0$$
$$\sqrt{6}x - \sqrt{16}y = 0 \quad \text{या} \quad \sqrt{6}x - 4y = 0$$
$$- \quad +$$
$$7y = 0$$
$$\Rightarrow \quad y = 0$$

y का यह मान समीकरण (1) में प्रतिस्थापित करने पर

$$\sqrt{2}x + \sqrt{3} \times 0 = 0$$
$$\therefore \quad x = 0$$

अतः $x = 0, y = 0$. **उत्तर**

28. द्विघात समीकरण की तुलना

$ax^2 + bx + c = 0$ से करने पर $a = 9$, $b = -6$, $c = 1$

$\therefore$ विविकतकर $= D = b^2 - 4ac$

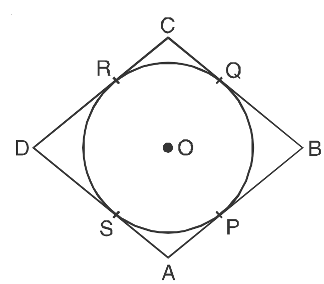
$= (6)^2 - 4 \times 9 \times 1 = 36 - 36 = 0$

$D = 0$, अतः मूल वास्तविक व समान हैं।

$$\text{अब, } x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-6) + \sqrt{0}}{2 \times 9} = \frac{6 \pm 0}{18}$$
$$= \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

अतः दी गई सभी करण के मूल $\frac{1}{3}$ और $\frac{1}{3}$ है। **उत्तर**

29.



दिया है : वृत्त के परिगत एक चतुर्भुज ABCD खींचा गया है।

सिद्ध करना है : AB + CD = AD + BC

उपपत्ति : क्योंकि किसी बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाई बराबर होती है।

अब, B वृत्त के बाहर स्थित कोई बिंदु है और BP; BQ वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ हैं।

$\therefore \quad BP = BQ \quad ...(1)$

इसी प्रकार, $\quad AP = AS \quad ...(2)$

और $\quad CR = CQ \quad ...(3)$

साथ ही, $\quad DR = DS \quad ...(4)$

(1), (2), (3) और (4) को जोड़ने पर, हमें प्राप्त होता है

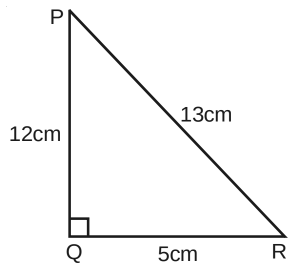
$(BP + AP) + (CR + DR) = (BQ + CQ) + (AS + DS)$

$AB + CD = BC + AD$

$\Rightarrow \quad AB + CD = AD + BC$

अभीष्ट परिणाम है। **उत्तर**

30. कर्ण PR = 13 cm



पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करने पर,

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$

या $(13)^2 = (12)^2 + QR^2$

या $169 = 144 + (QR)^2$

या $169 - 144 = (QR)^2$

या $25 = (QR)^2$

या $QR = \pm\sqrt{25}$

या $QR = 5, -5.$

परन्तु $QR = 5$ cm.

[$QR \neq -5$ *क्योंकि भुजा ऋणात्मक नहीं हो सकती*]

$$\tan P = \frac{RQ}{QP} = \frac{5}{12}$$

$$\cot R = \frac{RQ}{PQ} = \frac{5}{12}$$

$$\therefore \quad \tan P - \cot R = \frac{5}{12} - \frac{5}{12} = 0$$

अत: $\tan P - \cot R = 0$

अथवा

$$\text{L.H.S.} = \frac{\cos A - \sin A + 1}{\cos A + \sin A - 1}$$

$$= \frac{\frac{\cos A}{\sin A} - \frac{\sin A}{\sin A} + \frac{1}{\sin A}}{\frac{\cos A}{\sin A} + \frac{\sin A}{\sin A} - \frac{1}{\sin A}}$$

[अंश और हर को $\sin\theta$ से विभाजित करने पर]

$$= \frac{\cot A - 1 + \operatorname{cosec} A}{\cot A + 1 - \operatorname{cosec} A} = \frac{\operatorname{cosec} A + \cot A - 1}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1}$$

$$= \frac{\operatorname{cosec} A + \cot A - [\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A]}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1}$$

$$= \frac{(\operatorname{cosec} A + \cot A)\,[1 - \operatorname{cosec} A + \cot A]}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1}$$

$$= \frac{(\operatorname{cosec} A + \cot A)\,[1 - \operatorname{cosec} A + \cot A]}{1 - \operatorname{cosec} A + \cot A}$$

$= \operatorname{cosec} A + \cot A = $ R.H.S.

31. मान लीजिए कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। इसलिए हम ऐसे दो पूर्णांक r और s जहाँ $s \neq 0$ प्राप्त कर सकते हैं कि $\sqrt{5} = \frac{r}{s}$

मान लीजिए r और s के 1 के अतिरिक्त अन्य कुछ गुणनखंड हैं, तो हम उस उभयनिष्ठ गुणनखंड से भाग देकर प्राप्त कर सकते हैं :

$\sqrt{5} = \frac{a}{b}$ जहाँ a और b, $b \neq 0$ सहअभाज्य है।

$\Rightarrow \quad b\sqrt{5} = a$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$\Rightarrow \quad (b\sqrt{5})^2 = a^2$

$\Rightarrow \quad b^2(\sqrt{5})^2 = a^2$

$\Rightarrow \quad 5b^2 = a^2$

$\therefore$ 5, a^2 को विभाजित करता है। ...(1)

प्रमेय से यदि एक अभाज्य संख्या 'p', a^2 को विभाजित करता है, तो 'p', a जहाँ a एक पूर्णांक है, को भी विभाजित करता है।

$\Rightarrow$ 5, a को भी विभाजित करता है। ...(2)

अत:, $a = 5c$ जहाँ c कोई पूर्णांक है।

a का मान (1) में प्रतिस्थापित करने पर,

$5b^2 = (5c)^2$

$5b^2 = 25c^2$

$b^2 = 5c^2$

या $5c^2 = b^2$

$\Rightarrow$ 5, b^2 को विभाजित करता है।

$\because$ प्रमेय से यदि एक अभाज्य संख्या 'p', a^2 को विभाजित करता है, तो 'p', a जहाँ a एक पूर्णांक है, को भी विभाजित करता है।

$\Rightarrow$ 5, b को भी विभाजित करता है। ...(3)

(2) और (3) से, a और b का कम-से-कम एक उभयनिष्ठ गुणनखंड 5 है।

परंतु यह इस तथ्य का विरोधाभास है कि a और b अविभाज्य है अर्थात् इनके 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखंड हैं।

हमारी यह कल्पना कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। गलत है।

अत: $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। **उत्तर**

खण्ड—घ

खण्ड-घ में 5 अंकों के 4 प्रश्न हैं।

32. दी गई रैखिक समीकरण युग्म है :

$$\frac{2x}{3} - \frac{3y}{2} = -2$$

या $$\frac{4x - 9y}{6} = -2$$

या $4x - 9y = -12$ ...(1)

$$\frac{x}{2}+\frac{4y}{3} = \frac{25}{3}$$

या $$\frac{3x+8y}{6} = \frac{25}{3}$$

या $3x + 8y = 6\times\frac{25}{3}$

या $3x + 8y = 50$ ...(2)

(1) से $4x = 9y - 12$

या $x = \dfrac{9y-12}{4}$ ...(3)

x के इस मान को समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$$3\left(\frac{9y-12}{4}\right)+8y = 50$$

या $$\frac{27y-36+32y}{4} = 50$$

या $59y - 36 = 200$

या $59y = 200 + 36 = 236$

या $y = \dfrac{236}{59} = 4$

y के इस मान को समीकरण (3) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$$x = \frac{9\times4-12}{4}$$

या $x = \dfrac{36-12}{4} = \dfrac{24}{4}$

या $x = 6$

अत: $x = 6, y = 4$. **उत्तर**

अथवा

मान लीजिए नूरी की वर्तमान आयु = x वर्ष

सोनू की वर्तमान आयु = y वर्ष

पाँच वर्ष पहले

नूरी की आयु = $(x - 5)$ वर्ष

सोनू की आयु = $(y - 5)$ वर्ष

पहली शर्त अनुसार,

$x - 5 = 3(y - 5)$

या $x - 5 = 3y - 15$

या $x - 3y + 10 = 0$ ...(1)

दस वर्ष बाद

नूरी की आयु = $(x + 10)$ वर्ष

सोनू की आयु = $(y + 10)$ वर्ष

दूसरी शर्त के अनुसार,

$x + 10 = 2(y + 10)$

या $x + 10 = 2y + 20$

या $x - 2y - 10 = 0$ ...(2)

अब, समीकरण (1) – समीकरण (2) से प्राप्त होता है,

$$\begin{array}{r} x - 3y + 10 = 0 \\ x - 2y - 10 = 0 \\ - \quad + \quad\;\; + \quad\quad\;\; \\ \hline -y + 20 = 0 \end{array}$$

या $-y = -20$

या $y = 20$

y का यह मान समीकरण (2) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$x - 2(20) - 10 = 0$

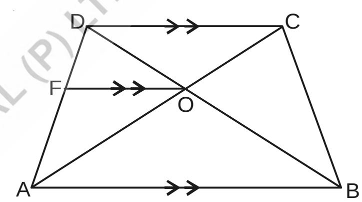
या $x - 40 - 10 = 0$

या $x = 50$

अतः, नूरी की वर्तमान आयु = 50 वर्ष

सोनू की वर्तमान आयु = 20 वर्ष **उत्तर**

33.



दिया है : ABCD एक समलंब है जिसमें AB ‖ DC है। विकर्ण AC तथा BD परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं।

सिद्ध करना है : $\dfrac{AO}{BO} = \dfrac{CO}{DO}$

रचना : O में से FO ‖ AB ‖ DC खींचिए।

उपपत्ति : Δ DAB में,

FO ‖ AB (रचना)

$\therefore \quad \dfrac{DF}{FA} = \dfrac{DO}{BO}$

(आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से) ...(1)

पुनः ΔDCA में,

FO ‖ DC (रचना)

$\therefore \quad \dfrac{FA}{DF} = \dfrac{AO}{CO}$

(आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से) ...(2)

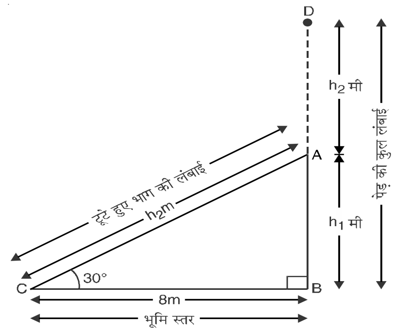
$\Rightarrow \quad \dfrac{DF}{FA} = \dfrac{CO}{AO}$ ...(3)

(1) और (2) से,

$$\frac{DO}{BO} = \frac{CO}{AO}$$

$\Rightarrow \quad \dfrac{AO}{BO} = \dfrac{CO}{DO}$. **उत्तर**

34. मान लीजिए आँधी से पहले पेड़ की लंबाई BD है। आँधी के पश्चात् AD = AC = टूट गए पेड़ के भाग की लंबाई। आकृति में विभिन्न आयोजन दिखाए गए हैं।



समकोण ΔABC में,

$$\frac{AB}{BC} = \tan 30°$$

या $$\frac{h_1}{8} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

या $$h_1 = \frac{8}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{8}{3}\sqrt{3}\text{ m} \quad ...(1)$$

साथ ही, $$\frac{BC}{AC} = \cos 30°$$

या $$\frac{8}{h_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

या $$h_2 = \frac{8 \times 2}{\sqrt{3}} = \frac{16}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$h_2 = \frac{16}{3}\sqrt{3} \quad ...(2)$$

पेड़ की कुल लंबाई $= h_1 + h_2$

$$= \frac{8}{3}\sqrt{3} + \frac{16}{3}\sqrt{3}$$

[समीकरण (1) और समीकरण (2) के प्रयोग से]

$$= \left[\frac{8+16}{3}\right]\sqrt{3} = \frac{24}{3}\sqrt{3} = 8\sqrt{3}\text{ m}$$

अतः, पेड़ की ऊँचाई $8\sqrt{3}$ मी है। **उत्तर**

35.

दैनिक व्यय (₹ में)	परिवार की संख्या (f_i)	वर्ग चिह्न (x_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$ या $u_i = \frac{x_i - 225}{50}$	$f_i u_i$
100–150	4	125	– 2	– 8
150–200	5	175	– 1	– 5
200–250	12	225	0	0
250–300	2	275	1	2
300–350	2	325	2	4
योग	$\Sigma f_i = 25$		$\Sigma f_i u_i = -7$	

उपरोक्त आँकड़ों से,

कल्पित माध्य $(a) = 225$

वर्ग माप $(h) = 50$

$$\therefore \quad \bar{u} = \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}$$

$$\bar{u} = -\frac{7}{25} = -0.28$$

सूत्र का प्रयोग करने पर,

$$\text{माध्य } (\overline{X}) = a + h\bar{u}$$

$$\overline{X} = 225 + 50\,(-0.28)$$

$$\overline{X} = 225 - 14$$

$$\overline{X} = 211.$$

अतः, भोजन पर हुआ माध्य व्यय ₹ 211 है। **उत्तर**

अथवा

दैनिक मज़दूरी (₹ में)	श्रमिकों की संख्या (f_i)	वर्ग चिह्न (x_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$ या $u_i = \frac{x_i - 150}{20}$	$f_i u_i$
100–120	12	110	– 2	– 24
120–140	14	130	– 1	–14
140–160	8	150	0	0
160–180	6	170	1	6
180 – 200	10	190	2	20
योग	$\Sigma f_i = 50$			$\Sigma f_i u_i = -12$

उपरोक्त आँकड़ों से,

कल्पित मान (a) = 150

और वर्ग माप (h) = 20

$$\bar{u} = \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} = \frac{-12}{50} = -0.24$$

सूत्र प्रयोग करने पर,

माध्य $(\overline{X}) = a + h\bar{u}$

$= 150 + (20)(-0.24)$

$= 150 - 4.8 = 145.2$

अत: फैक्टरी के श्रमिकों की माध्य दैनिक मज़दूरी ₹ 145.20. **उत्तर**

खण्ड—ङ

प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न

36. ***(i)*** भूखंड की चौड़ाई = x m

$\therefore$ भूखंड की लंबाई = 2 × (चौड़ाई + 1) = $2(x + 1)$ m

(ii) भूखंड का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई

$= 2(x + 1) \times x = (2x^2 + x)\ \text{m}^2$

(iii) प्रश्नानुसार

$2x^2 + x = 528$

$2x^2 + x - 528 = 0$

अथवा

$2x^2 + x - 528 = 0$

या $2x^2 - 32x + 33x - 528 = 0$

या $(2x)(x - 16) + 33(x - 16) = 0$

या $(x - 16)(2x + 33) = 0$

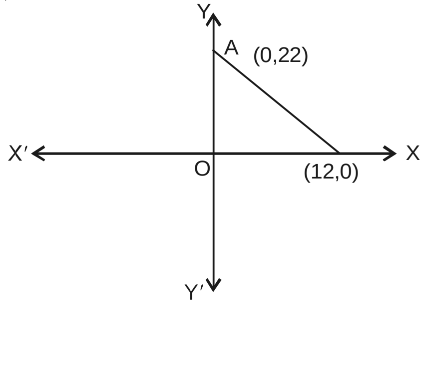
$x - 16 = 0$ या $2x + 33 = 0$

$x = 16$ या $x = \frac{-33}{2}$, परन्तु $x \neq \frac{-33}{2}$

$\therefore x = 16$

अत: भूखंड की लंबाई 16m है।

37.



(i) मूल बिंदु O के निर्देशांक = (0,0)

(ii) दूरी सूत्र :

दूरी = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

जहाँ $(x_1, y_1) = (0,0)$ और $(x_2, y_2) = (12, 0)$

दूरी = $\sqrt{(12-0)^2 + (0-0)^2}$

दूरी = $\sqrt{12^2} = \sqrt{144} = 12$ यूनिट

अत : बिंदु B की मूल बिंदु से दूरी = 12 यूनिट।

(iii) दूरी सूत्र

दूरी = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

जहाँ $(x_1, y_1) = (0,0)$ और $(x_2, y_2) = (0, 22)$

दूरी = $\sqrt{(0-0)^2 + (22-0)^2}$

दूरी = $\sqrt{22^2} = \sqrt{484} = 22$ यूनिट।

अत: बिंदु A की मूल बिंदु से दूरी = 22 यूनिट

अथवा

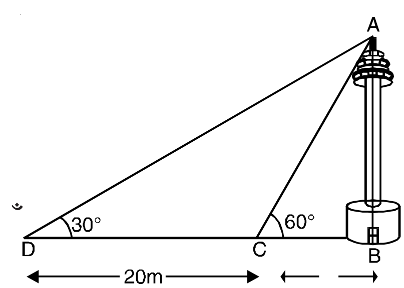
AB के मध्य बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

AB के मध्य बिंदु

$$\frac{0+12}{2}, \frac{22+0}{2} \Rightarrow \frac{12}{2}, \frac{22}{2} \quad (6,11)$$

अत: AB के मध्य बिंदु के निर्देशांक = (6, 11)

38.



(i) हम जानते हैं कि, $\tan 60° = \sqrt{3}$

इसलिए $\tan 60°$ का मान $\sqrt{3}$ है।

(ii) हम जानते हैं कि, $\tan 30° = 1$

इसलिए $\tan 30°$ का मान $1\sqrt{3}$ है।

(iii) बिंदु C से त्रिकोण ABC में :

$$\tan 60° = \frac{\text{मीनार की उँचाई } (h)}{\text{नहर की चौड़ाई } (x)}$$

$\sqrt{3} \quad \frac{h}{x}$

h = $\sqrt{3}$ × x ...(1)

बिंदु D से त्रिकोण ABD में :

$$\tan 30° = \frac{\text{मीनार की उँचाई } (h)}{\text{नहर की चौड़ाई } (x+20)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+20}$$

$$h = \frac{x+20}{\sqrt{3}} \quad ...(2)$$

समीकरण (1) और (2) को समान करके हल करने पर :

$\sqrt{3}\, x =$

$3x = x + 20$

$3x - x + 20$

$2x = 20$

$x = 10$ m

अत:, नहर की चौड़ाई (BC) = 10 मीटर

अथवा

अब नहर की चौड़ाई $x = 10$m है। इसे समीकरण (1) में रखे:

H = × 10 = 10m

अत:, मीनार की ऊँचाई = $10\sqrt{3}$ मीटर ≈ 17.32 मीटर

Holy Faith New Style Sample Paper–10

(Based on the Latest Design & Syllabus Issued by CBSE)

CLASS—10th

Mathematics (Basic)

समय : 3 घंटे **पूर्णांक : 80**

निर्देश : इसके लिये *Holy Faith New Style Sample Paper*—1 देखें।

खण्ड—क

खण्ड-क में 1 अंक के 20 प्रश्न हैं।

1. (B) $2-\sqrt{3}$

2. (C) अपरिमेय संख्या

3. (C) $\frac{-4}{3}$

4. (C) 22

5. (D) ± 4.

6. (B) 5 : 1

7. (D) 65°.

8. (B) 90°

9. (A) 1

10. (C) $\sqrt{194}$ सेमी

11. (B) $\frac{24}{7}$

12. (D) 2^{20}.

13. (C) 9 सेमी

14. (D) 0, 1.

15. (C) $\sqrt{41}$

16. (C) 27

17. (A) (–7, 0)

18. (A) 2

19. (B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या नहीं है।

20. (C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है।

खण्ड—ख

खण्ड-ख में 2 अंकों के 5 प्रश्न हैं।

21. दिए गए समीकरण हैं :

$$3x - y = 3 \quad ...(1)$$
$$x - y = 4 \quad ...(2)$$

समीकरण (1) में से समीकरण (2) को घटाने पर

$$\begin{array}{rl} 3x - y &= 3 \\ x - y &= 4 \\ - \quad + \quad & - \\ \hline 2x \quad &= -1 \end{array}$$

$$\because \quad x = -\frac{1}{2}$$

x का यह मान समीकरण (1) में रखने पर,

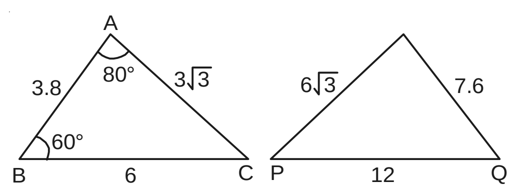
$$3\left(-\frac{1}{2}\right) - y = 3$$

$$\Rightarrow \quad -\frac{3}{2} - y = 3$$

$$y = \frac{-3}{2} - 3 = \frac{-3-6}{2} = \frac{-9}{2}$$

$$\therefore \quad x = -\frac{1}{2}, y = \frac{-9}{2}$$ **उत्तर**

22.



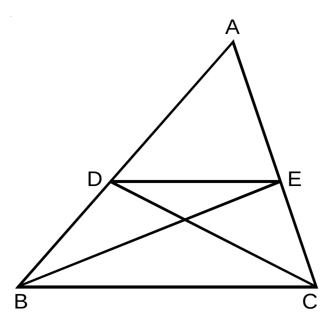
In ΔABC and ΔRQR

$\angle B = \angle P$

$\angle P = \angle B$

$\Rightarrow \quad \angle B = 60°$

अथवा



दिया है : ΔABC में $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ है।

सिद्ध करना है : $\Delta ADE \sim \Delta ABC$

उपपत्ति : $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ (दिया है)

AB = AC (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

$$\frac{AB}{AC} = 1 \quad ...(1)$$

और AE = AD (सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत भाग)

$$\frac{AE}{AD} = 1 \quad ...(2)$$

(1) और (2) से, $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$

ΔADE और ΔABC में, $\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC}$

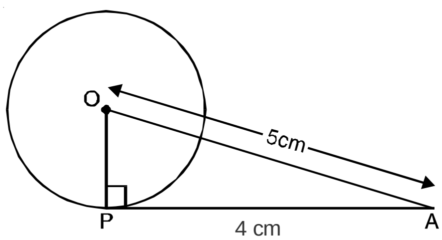
$\angle A = \angle A$ (उभयनिष्ठ)

$\therefore \Delta ADE \sim \Delta ABC$ [SAS समरूपता कसौटी से]

23. एक वृत्त जिसका केंद्र 'O' है और त्रिज्या OP है।

एक बिंदु A वृत्त के केंद्र O से 5 cm की उसकी दूरी पर है।

PA = 4 cm वृत्त की स्पर्श रेखा है और OP त्रिज्या है।



$\therefore \quad \angle OPA = 90^\circ$

अब, समकोण ΔOPA में,

पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करने पर

$OA^2 = OP^2 + PA^2$

$(5)^2 = OP^2 + (4)^2$

$25 = OP^2 + 16$

$OP^2 = 25 - 16 = 9$

$OP = 3$ cm

अतः, वृत्त की स्पर्श रेखा की लंबाई 3 cm है। **उत्तर**

24. दिया गया है : $\frac{2\tan 30^\circ}{1-\tan^2 30^\circ}$

हम जानते हैं $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

इस मान को समीकरण में प्रतिस्थापित करने पर

$$= \frac{2\times\frac{1}{\sqrt{3}}}{1-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} \Rightarrow \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{1-\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3}$$

अथवा

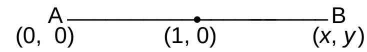
दिया है :

$$2\tan^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 60^\circ$$

$$= 2(\tan 45^\circ)^2 + (\cos 30^\circ)^2 - (\sin 60^\circ)^2$$

$$= 2(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 2.$$

25. मान लीजिए के दूसरे सिरे के निर्देशांक (x, y) हैं।



$$\therefore \frac{0+x}{2} = 1 \text{ और } \frac{0+y}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \quad x = 2 \text{ और } \quad y = 0$$

अतः दूसरे सिरे के निर्देशांक (2, 0) है। **उत्तर**

खण्ड—ग

खण्ड-ग में 3 अंकों के 6 प्रश्न हैं।

26. हम इसके विपरीत मान लेते हैं कि $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है। इसलिए हम दो पूर्णांक r और s ऐसे ज्ञात कर सकते हैं ($\neq$ 0) जिससे कि $\sqrt{2} = \frac{r}{s}$ हो, जहाँ $(s \neq 0)$ है।

मान लीजिए r और s के, 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखंड है। तब हम उभयनिष्ठ गुणनखंड से विभाजित करके $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ प्राप्त करते हैं, जहाँ a और b सहअभाज्य हैं। इसलिए $b\sqrt{2} = a$.

दोनों पक्षों का वर्ग करके पुनर्व्यवस्थित करने पर हम प्राप्त करते हैं : $2b^2 = a^2$.

अतः 2, a^2 को विभाजित करता है। इसलिए प्रमेय 1.3 के अनुसार 2, a को विभाजित करता है।

इसलिए, हम $a = 2c$, जहाँ c कोई पूर्णांक है, लिख सकते हैं।

a का मान प्रतिस्थापित करने पर हम प्राप्त करते हैं : $2b^2 = 4c^2$ अर्थात् $b^2 = 2c^2$.

इसका अर्थ है 2, b^2 को विभाजित करता है, इसलिए $2b$ को भी विभाजित करता है। इसलिए 2, b को विभाजित करता है। (पुनः प्रमेय 1.3 द्वारा $p = 2$ लेकर)

इसलिए a और b में कम-से-कम उभयनिष्ठ एक गुणनखंड 2 है।

परंतु यह इस कल्पना का विरोधाभास है कि a और b का 1 के अतिरिक्त कोई अन्य गुणनखंड नहीं है।

यह विरोधाभास इस कारण है कि हमने यह कल्पना की है कि $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः, हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है। **उत्तर**

27. दी गई द्विघात बहुपद हैं :

$4u^2 + 8u = 4u\ (u + 2)$

$4u^2 + 8u$ का मान शून्य है

यदि $4u = 0$ या $u + 2 = 0$

यदि $u = 0$ या $u = -2$

अतः, $4u^2 + 8u$ के शून्यक 0 और – 2 हैं। **उत्तर**

अब, शून्यकों का योग = 0 + (– 2)

$$= -2 = \frac{-8}{4} = \frac{u \text{ का गुणांक}}{u^2 \text{ का गुणांक}}$$

शून्यकों का गुणनफल = (0) (– 2) = 0

$$= \frac{0}{4} = \frac{\text{अचर पद}}{u^2 \text{ का गुणांक}}$$

अतः, शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध को सत्यापित किया जाता है।

28. मान लीजिए एक बल्ले की कीमत = x

एक गेंद की कीमत = y

अब, दी गई स्थितियों के आधार पर समीकरण बनाते हैं:

$7x + 6y = 3800$ ...(1)

$3x + 5y = 1750$ ...(2)

समीकरण 1 तथा 2 को हल करने पर :

$7x + 6y = 3800$

$3x + 5y = 1750$

समीकरण 1 को 5 से और समीकरण 2 को 6 से गुणा करें

$(7x + 6y)\ x\ 5 = 3800 \times 5$

$35x + 30\ y = 19000$ ...(3)

$(3x + 5y)\ x\ 6 = 1750 \times 6$

$18x + 30\ y = 10500$ ...(4)

अब, समीकरण (3) और (4) को घटाएँ :

$(35x + 30y) - (18x + 30y) = 19000 - 10500$

$35x - 18x = 8500$

$17x = 8500$

$x = 8500/17 = 500$

इसलिए, बल्ले की कीमत $x = 500$ है।

अब, $x = 500$ को समीकरण (i) में प्रतिस्थापित करने पर

$7 \times 500 + 6y = 3800$

$3500 + 6y = 3800$

$6y = 3800 - 3500$

$6y = 300$

$Y = 300/6,\ y = 50$ है।

अथवा

हल : मान लीजिए इकाई का अंक = x

दहाई का अंक = y

$\therefore$ अभीष्ट संख्या = $10y + x$

पहली शर्त के अनुसार,

$x + y = 9$ ...(1)

उल्टाने पर

इकाई का अंक = y

दहाई का अंक = x

$\therefore$ संख्या = $10x + y$

दूसरी शर्त अनुसार,

$9\ [10y + x] = 2[10x + y]$

या $90y + 9x = 20x + 2y$

या $90y + 9x - 20x - 2y = 0$

या $-11x + 88y = 0$

या $x - 8y = 0$ ...(2)

अब, (2) – (1) से प्राप्त होता है

$$\begin{array}{r} x - 8y = 0 \\ x + \ y = 9 \\ \hline - \quad - \qquad - \\ -9y = -9 \\ y = 1 \end{array}$$

y का यह मान (2) में प्रतिस्थापित करने पर हमें प्राप्त होता है :

$x - 8 \times 1 = 0$

या $x = 8$

अतः, अभीष्ट संख्या

$= 10y + x$

$= 10 \times 1 + 8 = 18.$ **उत्तर**

29. दिया है : वृत्त के परिगत एक चतुर्भुज ABCD खींचा गया है।

सिद्ध करना है : AB + CD = AD + BC

उपपत्ति : क्योंकि किसी बाह्य बिंदु से वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं की लंबाई बराबर होती है।

अब, B वृत्त के बाहर स्थित कोई बिंदु है और BP; BQ वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ हैं।

$\therefore$ BP = BQ ...(1)

इसी प्रकार, AP = AS ...(2)

और CR = CQ ...(3)

साथ ही, DR = DS ...(4)

(1), (2), (3) और (4) को जोड़ने पर, हमें प्राप्त होता है

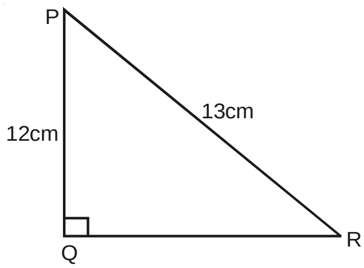
(BP + AP) + (CR + DR) = (BQ + CQ) + (AS + DS)

AB + CD = BC + AD

$\Rightarrow$ AB + CD = AD + BC

अभीष्ट परिणाम है। **उत्तर**

30.



दिया है PQ = 12cm, PR = 13cm

पाईथागोरस प्रमेय के अनुसार

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$

$(13)^2 = (12) + QR^2$

$169 = 144 + QR^2$

$QR^2 = 169 - 144$

$QR^2 = 25$

QR = 5cm

अब, हम जानते हैं कि $\cot R = \dfrac{\angle R \text{ की आसन भुजा}}{\angle R \text{ की सम्मुख भुजा}}$

इसलिए $\text{Cot } R = \dfrac{QR}{PQ} = \dfrac{5}{12}$

$\tan P = \dfrac{\angle P \text{ की विपरीत भुजा}}{\angle P \text{ की आसन्न भुजा}}$

अत: $\tan P = \dfrac{QR}{PQ} = \dfrac{5}{12}$

तो $\tan P - \cot R = \dfrac{5}{12} - \dfrac{5}{12} = 0$

अथवा

हल : $\text{L.H.S.} = \dfrac{\cos A - \sin A + 1}{\cos A + \sin A - 1}$

$$= \frac{\dfrac{\cos A}{\sin A} - \dfrac{\sin A}{\sin A} + \dfrac{1}{\sin A}}{\dfrac{\cos A}{\sin A} + \dfrac{\sin A}{\sin A} - \dfrac{1}{\sin A}}$$

[अंश और हर को $\sin\theta$ से विभाजित करने पर]

$$= \frac{\cot A - 1 + \operatorname{cosec} A}{\cot A + 1 - \operatorname{cosec} A} = \frac{\operatorname{cosec} A + \cot A - 1}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1}$$

$$= \frac{\operatorname{cosec} A + \cot A - [\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A]}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1}$$

$$= \frac{(\operatorname{cosec} A + \cot A)\,[1 - \operatorname{cosec} A + \cot A]}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1}$$

$$= \frac{(\operatorname{cosec} A + \cot A)\,[1 - \operatorname{cosec} A + \cot A]}{1 - \operatorname{cosec} A + \cot A}$$

= cosec A + cot A = R.H.S.

31. मान लीजिए कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। इसलिए हम ऐसे दो पूर्णांक r और s जहाँ $s \neq 0$ प्राप्त कर सकते हैं कि $\sqrt{5} = \dfrac{r}{s}$

मान लीजिए r और s के 1 के अतिरिक्त अन्य कुछ गुणनखंड हैं, तो हम उस उभयनिष्ठ गुणनखंड से भाग देकर प्राप्त कर सकते हैं :

$\sqrt{5} = \dfrac{a}{b}$ जहाँ a और b, $b \neq 0$ सहअभाज्य है।

$\Rightarrow \quad b\sqrt{5} = a$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर,

$\Rightarrow \quad (b\sqrt{5})^2 = a^2$

$\Rightarrow \quad b^2(\sqrt{5})^2 = a^2$

$\Rightarrow \quad 5b^2 = a^2$

$\therefore$ 5, a^2 को विभाजित करता है। ...(1)

प्रमेय से यदि एक अभाज्य संख्या 'p', a^2 को विभाजित करता है, तो 'p', a जहाँ a एक पूर्णांक है, को भी विभाजित करता है।

$\Rightarrow$ 5, a को भी विभाजित करता है। ...(2)

अत:, $a = 5c$ जहाँ c कोई पूर्णांक है।

a का मान (1) में प्रतिस्थापित करने पर,

$5b^2 = (5c)^2$

$5b^2 = 25c^2$

$b^2 = 5c^2$

या $\quad 5c^2 = b^2$

$\Rightarrow$ 5, b^2 को विभाजित करता है।

$\because$ प्रमेय से यदि एक अभाज्य संख्या 'p', a^2 को विभाजित करता है, तो 'p', a जहाँ a एक पूर्णांक है, को भी विभाजित करता है।

$\Rightarrow$ 5, b को भी विभाजित करता है। ...(3)

(2) और (3) से, a और b का कम-से-कम एक उभयनिष्ठ गुणनखंड 5 है।

परंतु यह इस तथ्य का विरोधाभास है कि a और b अविभाज्य है अर्थात् इनके 1 के अतिरिक्त कोई अन्य उभयनिष्ठ गुणनखंड हैं।

हमारी यह कल्पना कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। गलत है।

अत: $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। **उत्तर**

खण्ड—घ

खण्ड-घ में 5 अंकों के 4 प्रश्न हैं।

32. मान लीजिए रेलगाड़ी की समान चाल $= x$ किमी/घंटा

रेलगाड़ी द्वारा तय की गई दूरी = 360 किमी

रेलगाड़ी द्वारा लिया गया समय = $\frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$ $\left(\because \text{ चाल } = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}\right)$

$= \frac{360}{x}$ घंटे

रेलगाड़ी की बढ़ी हुई चाल $= (x + 5)$ किमी/घंटा

$\therefore$ बढ़ी हुई चाल से रेलगाड़ी द्वारा लिया गया समय

$= \frac{360}{x+5}$ घंटे

प्रश्न अनुसार,

$$\frac{360}{x} - \frac{360}{x+5} = 1$$

या $$\frac{360(x+5) - 360x}{x(x+5)} = 1$$

या $$\frac{\cancel{360x} + 1800 - \cancel{360x}}{x^2 + 5x} = 1$$

या $$1800 = x^2 + 5x$$

या $$x^2 + 5x - 1800 = 0$$

इसकी तुलना $ax^2 + bx + c = 0$ से करने पर,

$\therefore$ $a = 1, b = 5, c = -1800$

और $b^2 - 4ac = (5)^2 - 4 \times 1 \times (-1800)$

$= 25 + 7200$

$= 7225 > 0$

$\therefore$ $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{7225}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{-5 \pm 85}{2}$$

$= \frac{-5+85}{2}$ और $\frac{-5-85}{2}$

$= \frac{80}{2}$ और $\frac{-90}{2}$

$= 40$ और -45

$\therefore$ किसी रेलगाड़ी की चाल ऋणात्मक नहीं हो सकती।

इसलिए हम $x = -45$ को छोड़ देते हैं।

$\therefore$ $x = 40$

अत:, रेलगाड़ी की चाल = 40 किमी/घंटा। **उत्तर**

अथवा

माना धारा की चाल = x किमी/घंटा

इसलिए धारा के प्रतिकूल नाव की चाल = $(15 - x)$ किमी/घंटा

और धारा के अनुकूल नाव की चाल = $(15 + x)$ किमी/घंटा

धारा के प्रतिकूल लिया गया समय $= \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}} = \frac{30}{15 - x}$ घंटे

इसी प्रकार धारा के अनुकूल लिया गया समय $= \frac{30}{15+x}$ घंटे

प्रश्नानुसार, $\frac{30}{15-x} + \frac{30}{15+x} = 4$ घंटे 30 मिनट $= \frac{9}{2}$ घंटे

अर्थात् $30(15 + x) + 30(15 - x) = \frac{9}{2}(15 + x)(15 - x)$

अर्थात् $450 + 30x + 450 - 30x = \frac{9}{2}(225 - x^2)$

अर्थात् $2 \times 900 = 2025 - 9x^2$

अर्थात् $1800 = 2025 - 9x^2$

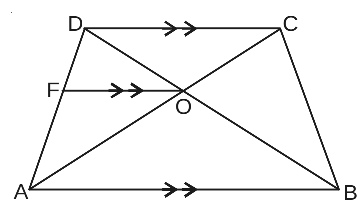
अर्थात् $9x^2 = 225 \Rightarrow x^2 = 25, x = \pm 5$

क्योंकि जल की चाल शून्य नहीं हो सकती।

अत: मूल $x = -5$ छोड़ देते हैं। इसलिए $x = 15$ हम प्राप्त करते हैं।

इसलिए जल की चाल 15 किमी/घंटा **उत्तर**

33.



दिया है : ABCD एक समलंब है जिसमें AB $\parallel$ DC है। विकर्ण AC तथा BD परस्पर बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं।

सिद्ध करना है : $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$

रचना : O में से FO $\parallel$ AB $\parallel$ DC खींचिए।

उपपत्ति : Δ DAB में,

FO $\parallel$ AB (रचना)

$\therefore$ $\frac{DF}{FA} = \frac{DO}{BO}$

(आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से) ...(1)

पुन: ΔDCA में,

FO $\parallel$ DC (रचना)

$\therefore$ $\frac{FA}{DF} = \frac{AO}{CO}$

(आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय से) ...(2)

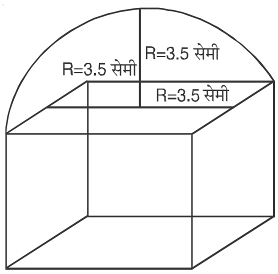
$$\Rightarrow \quad \frac{DF}{FA} = \frac{CO}{AO} \quad ...(3)$$

(1) और (2) से,

$$\frac{DO}{BO} = \frac{CO}{AO}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$$. **उत्तर**

34. घनाकार ब्लॉक की भुजा = 7 सेमी



अर्द्धगोले का अधिकतम व्यास = घनाकार ब्लॉक की भुजा

= 7 सेमी

2R = 7 सेमी

$R = \frac{7}{2}$ सेमी

ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल = (घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल)

– (अर्द्ध गोले के आधार का क्षेत्रफल)

+ (अर्ध गोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल)

$= 6l^2 - \pi R^2 + 2\pi R^2$

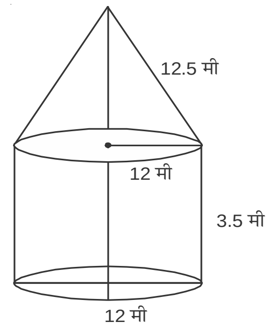
$= 6l^2 + \pi R^2$

$= 6(7)^2 + \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$ सेमी^{2}

$= \left[6(49) + 11 \times \frac{7}{2}\right]$ सेमी^{2}

= 332.5 सेमी^{2} **उत्तर**

अथवा



बेलन के आधार की त्रिज्या (r) = 12 मी

शंकु के आधार की त्रिज्या (h) = 3.5 मी

शंकु की तिपर्क ऊँचाई (l) = 12.5 मी

शंकु की लंबाई (H) $= \sqrt{l^2 - r^2}$

$= \sqrt{(12.5)^2 - (12)^2} = \sqrt{12.25}$

$\therefore$ H = 3.5 मी

बिल्डिंग की धारिता

= बेलन का आयतन + शंकु का आयतन

$= \pi r^2 h + \frac{1}{3}\pi r^2 H$

$= \pi r^2 \left[h + \frac{1}{3}H\right]$

$= \frac{22}{7} \times 12 \times 12 \left[3.5 + \frac{3.5}{3}\right]$ मी^{3}

$= \frac{22}{7} \times 12 \times 12 \times 3.5 \left[1 + \frac{1}{3}\right]$ मी^{3}

$= \frac{22}{\cancel{7}} \times 12 \times \overset{\overset{2}{\cancel{6}}}{\cancel{12}} \times \frac{\overset{\cancel{5}}{\cancel{35}}}{\underset{2}{\cancel{10}}} \times \frac{4}{\cancel{3}}$ मी^{3}

= 22 × 96 = 2112 मी^{3} **उत्तर**

35.

दैनिक व्यय (₹ में)	परिवार की संख्या (f_i)	वर्ग चिह्न (x_i)	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$ या $u_i = \frac{x_i - 225}{50}$	$f_i u_i$
100–150	4	125	– 2	– 8
150–200	5	175	– 1	– 5
200–250	12	225	0	0
250–300	2	275	1	2
300–350	2	325	2	4
योग	$\Sigma f_i = 25$			$\Sigma f_i u_i = -7$

उपरोक्त आँकड़ों से,

कल्पित माध्य (a) = 225

वर्ग माप (h) = 50

$$\therefore \quad \bar{u} = \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}$$

$$\bar{u} = -\frac{7}{25} = -0.28$$

सूत्र का प्रयोग करने पर,

$$\text{माध्य } (\overline{X}) = a + h\bar{u}$$

$$\overline{X} = 225 + 50\,(-0.28)$$

$$\overline{X} = 225 - 14$$

$$\overline{X} = 211.$$

अतः, भोजन पर हुआ माध्य व्यय ₹ 211 है। **उत्तर**

खण्ड—ङ

प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न

36. (*i*) यहाँ समय हर दिन घट रहा है, इसलिए यह एक अंकगणितीय श्रेढ़ी (Arithmetic Progression - A.P.) है।

पहला पद (a_1) = 120 सेकंड

हर दिन का समय 2 सेकंड कम होता,स अर्थात समान अंतर d = –2

इस प्रकार समांतर श्रेढ़ी होगी :

120, 118, 116, 114, ...

यह एक अवरोही (Decreasing) A.P. है।

(*ii*) A.P. का n वाँ पद (a_n) प्राप्त करने का सामान्य सूत्र है:

$a_n = a_1 + (n - 1) \times d$

(*iii*) अपने उद्देश्य की प्राप्ति के लिए उसे कम-से-कम कितने दिनों की आवश्यकता है?

यहाँ a_n = 31 सेकंड है।

हम जानते हैं कि : $a_n = a_1 + (n - 1) \times d$

$31 = 120 + (n - 1) \times (-2)$

$31 = 120 - 2\,(n - 1)$

$31 = 120 - 2n + 2$

$31 = 122 - 2n$

$2n = 122 - 31$

$2n = 91$

$$n = \frac{91}{2}\,45.5$$

चूँकि n पूर्णांक होना चाहिए, इसलिए 46वें दिन वह अपने लक्ष्य को प्राप्त करेगा।

अथवा

$a_n = 2_n + 3$

सामान्य रूप से, A.P. का सार्वअंतर (Common Difference) = $a_2 - a_1$

$a_1 = 2 \times 1 + 3 = 5$

$a_2 = 2 \times 2 + 3 = 7$

अब, सार्वअंतर:

$D = a_2 - a_1 = 7 - 5 = 2$

37. हल : (*i*) खंभा C x-अक्ष से 4 मात्रक और y-अक्ष से 7 मात्रक की दूरी पर है। इसलिए खंभे C के निर्देशांक (7, 4) हैं।

(*ii*) O के निर्देशांक (0, 0) और खंभे B के निर्देशांक (4, 9) हैं, इसलिए पार्क के कोने O से B की दूरी

$$= \sqrt{(4-0)^2 + (9-0)^2} = \sqrt{16+81}$$

$= \sqrt{97}$ मात्रक।

(*iii*) ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। मान लीजिए D के निर्देशांक (x, y) है।

समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।

इसलिए BD का मध्यबिंदु = AC का मध्यबिन्दु

$$\left(\frac{x+4}{2}, \frac{y+9}{2}\right) = \left(\frac{7+1}{2}, \frac{4+5}{2}\right)$$

$$\left(\frac{x+4}{2}, \frac{y+9}{2}\right) = \left(4, \frac{9}{2}\right)$$

$$\therefore \frac{x+y}{2} = 4 \text{ और } \frac{y+9}{2} = \frac{9}{2}$$

$\Rightarrow x = 4$ और $y = 0$.

अत: D के निर्देशांक (4, 0) है। यह x-अक्ष पर स्थित है।

अथवा

क्योंकि निर्देशांक (1, 5) है और C के निर्देशांक (7, 4) है। इसलिए खंभों A और C के बीच की दूरी

$$= \sqrt{(7-1)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{36+1} = \sqrt{37}$$

38. दी गई जानकारी है:

खंभे की कुल ऊंचाई AB = 5m है।

मिस्त्री को खंभे के शिखर से 1.3 मीटर नीचे बिंदु D तक पहुँचना है।

(*i*) बिंदु D से B की ऊँचाई कितनी है?

बिंदु B खंभे के शिखर को दर्शाता है, और D बिंदु खंभे के शिखर से 1.3 मीटर नीचे है।

इसलिए, BD = 1.3 मीटर

अत: बिंदु D से B की ऊँचाई 1.3 मीटर है।

(*ii*) सीढ़ी को खंभे पर टिकाकर D बिंदु तक पहुँचना है। खंभे पर बिंदु D तक की ऊँचाई

AD = AB –BD = 5m –1.3 m = 3.7m

यहाँ पर हम एक समकोण त्रिभुज ACD का उपयोग कर सकते हैं, जिसमें:

AD = 3.7m (ऊर्ध्वाधर ऊंचाई)

CD = सीढ़ी की लंबाई (कर्ण),

$\theta = 45°$

अब, हम त्रिकोणमिति सूत्र का उपयोग करेंगे:

Sin θ = लंब ?? / कर्ण

यहाँ, $\sin 45° = 1/\sqrt{2}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3.7}{\text{सीढ़ी की लंबाई}}$$

इससे, सीढ़ी की लंबाई = $\dfrac{3.7\times\sqrt{2}}{1}$ = 3.7 × 1.414 = 5.23 मीटर सीढ़ी की लंबाई लगभग 5.23 मीटर होनी चाहिए।

(*iii*) सीढ़ी के पास बिंदु से खंभे के पाद बिंदु की दूरी ज्ञात कीजिए।

$$\cos\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{हाइपोटेन्यूस}}$$

यहाँ $\cos 45° = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ है:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{AC}{5.23}$$

$AC = 5.23 \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} = 5.23 \times 0.707 = 3.7$ मीटर

सीढ़ी के पाद बिंदु से खंभे के पाद बिंदु की दूरी 3.7 मीटर है।

अथवा

यदि सीढ़ी का क्षैतिज से कोण 45° कर दिया जाए, तो CD की लंबाई क्या होगी ? चूंकि हमने पहले ही सीढ़ी की लंबाई और क्षैतिज दूरी 3.7 मीटर पर विचार किया है,

इसलिए : CD = 5.23 मीटर